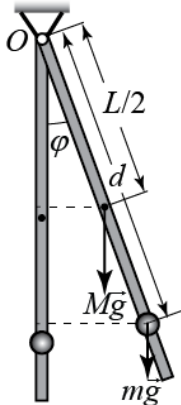


Problema 1.

Nr.	Răspuns	Punctaj
a)	<p>Pentru legea conservării momentului cinetic în raport cu punctul O</p> $mv_0 d = (I_{bară} + I_{bilă}) \omega \quad (1,0 \text{ p.}) \quad (1)$ <p>Deoarece $I_{bară} = \frac{1}{3} ML^2$ (0,3 p.) (2) $I_{bilă} = md^2$ (0,2 p.) (3)</p> <p>Din (1) – (3) $\Rightarrow \omega = \frac{mv_0 d}{\left(\frac{1}{3} ML^2 + md^2\right)} = \frac{v_0}{d \left[\frac{1}{3} \frac{M}{m} \left(\frac{L}{d}\right)^2 + 1\right]}$ (0,4 p.) (4)</p> $\omega = \frac{5}{\frac{5}{6} \cdot 1 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 10 \left(\frac{6}{5}\right)^2 + 1\right]} \approx 1 \text{ s}^{-1} \quad (0,1 \text{ p.})$	2,0 p.
b)	<p>Impulsul sistemului până la ciocnire $p_1 = mv_0$ (0,1 p.) (5)</p> <p>Impulsul sistemului imediat după ciocnire</p> $p_2 = M \frac{L}{2} \omega + md \cdot \omega = md \left(\frac{1}{2} \frac{M}{m} \frac{L}{d} + 1 \right) \omega \quad (0,2 \text{ p.}) \quad (6)$ <p>Determinarea variației impulsului din (4) – (6)</p> $\Delta p = md \left(\frac{1}{2} \frac{M}{m} \frac{L}{d} + 1 \right) \omega - mv_0 = \frac{1}{2} \frac{L}{d} \frac{\left(1 - \frac{2}{3} \frac{L}{d}\right)}{\left[\frac{1}{3} \frac{M}{m} \left(\frac{L}{d}\right)^2 + 1\right]} M v_0 \quad (1,5 \text{ p.}) \quad (7)$ <p>Din (7) \Rightarrow că impulsul nu variază pentru $d = \frac{2}{3} L$ (0,1 p.)</p> <p>Numeric $\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{\left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}\right)}{\left[\frac{1}{3} \cdot 10 \left(\frac{6}{5}\right)^2 + 1\right]} \cdot 1 \cdot 5 \approx 0,35 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$; $d \approx 0,67 \text{ m}$ (0,1 p.)</p>	2,0 p.
c)	<p>Legea conservării energiei pentru stările: imediat după ciocnire E_1 și de abatere maximă E_2. Energia E_1:</p> $E_1 = E_{c1} + E_{p1} = \frac{(I_{bară} + I_{bilă}) \omega^2}{2} - Mg \frac{L}{2} - mgd \quad (0,2 \text{ p.}) \quad (8)$ <p>Energia E_2:</p> $E_2 = E_{p2} = -Mg \frac{L}{2} \cos \varphi_{\max} - mgd \cos \varphi_{\max} \quad (0,2 \text{ p.}) \quad (9)$ <p>Din (2), (3) și (8), (9) legea conservării energiei capătă forma</p> $\left(\frac{1}{3} ML^2 + md^2\right) \omega^2 = (ML + 2md) g (1 - \cos \varphi_{\max}) \quad (1,0 \text{ p.})$ $\Rightarrow \cos \varphi_{\max} = 1 - \frac{\left(\frac{1}{3} ML^2 + md^2\right) \omega^2}{(ML + 2md) g} = 1 - \frac{d \left[\frac{1}{3} \frac{M}{m} \left(\frac{L}{d}\right)^2 + 1\right] \omega^2}{\left(\frac{1}{2} \frac{M}{m} \frac{L}{d} + 1\right) g} \quad (1,5 \text{ p.})$ $\cos \varphi_{\max} = 1 - \frac{5 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \frac{36}{25} + 1\right) \cdot 1^2}{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{6}{5} + 1\right)} \approx 0,9655; \quad \varphi_{\max} = \arccos(0,9655) \approx 15^\circ \quad (0,1 \text{ p.})$	 <p>3,0 p.</p>

<p>d)</p>	<p>Legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație $M_f = I\varepsilon$ (10) (0,2 p.)</p> <p>$I = I_{bară} + I_{bilă} = \frac{1}{3}ML^2 + md^2$; (0,2 p.) (11) $\varepsilon = \ddot{\varphi}$ (0,1 p.) (12)</p> <p>$M_f = Mg \frac{L}{2} \sin \varphi + mgd \sin \varphi$ (0,5 p.) (13)</p> <p>Din (10) – (13) $\Rightarrow md^2 \left(\frac{1}{3} \frac{M}{m} \left(\frac{L}{d} \right)^2 + 1 \right) \ddot{\varphi} = -md \left(\frac{1}{2} \frac{M}{m} \frac{L}{d} + 1 \right) g \sin \varphi$ (1,0 p.)</p> <p>sau $\ddot{\varphi} + \frac{g}{d} \frac{\left(\frac{1}{2} \frac{M}{m} \frac{L}{d} + 1 \right)}{\left(\frac{1}{3} \frac{M}{m} \left(\frac{L}{d} \right)^2 + 1 \right)} \varphi = 0 \Rightarrow$ (0,5 p.) $\omega_0^2 = \frac{g}{d} \frac{\left(\frac{1}{2} \frac{M}{m} \frac{L}{d} + 1 \right)}{\left(\frac{1}{3} \frac{M}{m} \left(\frac{L}{d} \right)^2 + 1 \right)}$ (0,2 p.) \Rightarrow</p> <p>$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{d \left(\frac{1}{3} \frac{M}{m} \left(\frac{L}{d} \right)^2 + 1 \right)}{g \left(\frac{1}{2} \frac{M}{m} \frac{L}{d} + 1 \right)}}$ (0,2 p.) $T = 2\pi \sqrt{\frac{5 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \frac{36}{25} + 1 \right)}{6 \cdot 10 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{6}{5} + 1 \right)}} \approx 1,35\text{s}$ (0,1 p.)</p>	<p>3,0 p.</p>
		<p>Total 10,0 p.</p>