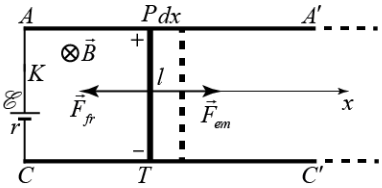
Problema 4.

Nr.	Răspuns	Punctaj
a)	Pentru stabilirea polarităţii şi expresiei pentru *t.e.m.* de inducţie ce apare în punte: $\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{Bldx}{dt} = -Blv$ **(0,3 p)**  Pentru exprimarea intensităţii curentului din circuit în acest caz prin $v_{\max}$: $I_m = \frac{\mathscr{E} + \mathscr{E}_{i\max}}{R+r} = \frac{\mathscr{E} - Blv_{\max}}{R+r}$ **(0,3 p)** Pentru indicarea forţelor ce acţionează asupra punţii **(0,2 p)** Pentru observarea faptului că viteza maximă va fi atinsă atunci, când forţa electro-magnetică $\vec{F}_{\text{em}}$ va fi compensată de forţa de frecare $\vec{F}_{\text{fr}}$: $\lvert F_{\text{em}} \rvert = \lvert F_{\text{fr}} \rvert$ **(0,3 p)** Pentru stabilirea expresiei vitezei maxime: $\frac{Bl(\mathscr{E} - Blv_{\max})}{R+r} = \mu mg \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \frac{\mathscr{E}}{Bl} - \frac{\mu(R+r)mg}{B^2 l^2}$; **(0,4 p)** $v_{\max} = \frac{48}{1\cdot 0,1} - \frac{0,05\cdot 1\cdot 0,01\cdot 10}{1^2\cdot 0,1^2} = 480 - 0,5 = 479,5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **(0,2 p)** Pentru calcularea valorii corespunzătoare a intensităţii curentului în circuit: $I_m = \frac{\mathscr{E} - Blv_{\max}}{R+r} = \frac{48 - 1\cdot 0,1\cdot 479,5}{1} = 0,05\ \text{A}$ **(0,2 p)** Pentru stabilirea vitezei maxime şi a intensităţii corespunzătoare a curentului în lipsa frecării: $v_{\max} = \frac{\mathscr{E}}{Bl} = \frac{48}{1\cdot 0,1} = 480\frac{\text{m}}{\text{s}}$ şi $I_m = \frac{\mathscr{E} + \mathscr{E}_{i\max}}{R+r} = \frac{\mathscr{E} - Blv_{\max}}{R+r} = 0$ **(0,3 p)**	**2,2 p.**
b)	Pentru stabilirea expresiei puterii consumate la încălzirea componentelor schemei electrice: $P_Q = I_m^2(R+r) = \frac{(\mathscr{E} - Blv_{\max})^2}{R+r}$ **(0,5 p)** Pentru calculul numeric al acestei puteri: $P_Q = \frac{(\mathscr{E} - Blv_{\max})^2}{R+r} = 2,5\ \text{mW}$ **(0,2 p)** Pentru stabilirea expresiei puterii consumate la mişcarea punţii: $P_{F_{em}} = F_{em}\cdot v_{\max} = \frac{Bl(\mathscr{E} - Blv_{\max})}{R+r} v_{\max}$ **(0,5 p)** Pentru calculul numeric al acestei puteri: $P_{F_{em}} = \frac{Bl(\mathscr{E} - Blv_{\max})}{R+r} v_{\max} \approx 2,4\ \text{W}$ **(0,2 p)** Pentru stabilirea expresiei puterii consumate de sursa de curent: $P_{\mathscr{E}} = I_m \mathscr{E} = \frac{\mathscr{E} - Blv_{\max}}{R+r}\mathscr{E}$ **(0,5 p)** Pentru calculul numeric al acestei puteri: $P_{\mathscr{E}} = \frac{\mathscr{E} - Blv_{\max}}{R+r}\mathscr{E} = 2,4\ \text{W}$ **(0,2 p)** Pentru stabilirea bilanţului puterilor: $P_Q + P_{F_{em}} = P_{\mathscr{E}} \quad \Rightarrow \quad \frac{(\mathscr{E} - Blv_{\max})^2}{R+r} + \frac{Bl(\mathscr{E} - Blv_{\max})}{R+r} v_{\max} = \frac{\mathscr{E} - Blv_{\max}}{R+r}\mathscr{E} = P_{\mathscr{E}}$ **(0,6 p)**	**2,7 p.**
c)	Pentru stabilirea ecuaţiei diferenţiale a mişcării punţii: $m\frac{dv}{dt} = F_{em} - F_{fr} \quad \Rightarrow \quad m\frac{dv}{dt} = BlI - \mu mg \quad \Rightarrow \quad m\frac{dv}{dt} = Bl\frac{\mathscr{E} - Blv}{R+r} - \mu mg$ **(0,6 p)** Pentru soluţionarea acestei ecuaţii prin separarea variabilelor: $\frac{dv}{Bl(\mathscr{E} - Blv) - \mu mg(R+r)} = \frac{dt}{m(R+r)} \quad \Rightarrow$	

	$\Rightarrow\ -\dfrac{1}{B^2l^2}\dfrac{d\left[Bl\left(\mathcal{E}-Blv\right)-\mu mg\left(R+r\right)\right]}{Bl\left(\mathcal{E}-Blv\right)-\mu mg\left(R+r\right)}=\dfrac{dt}{m\left(R+r\right)}\ \Rightarrow$ $\Rightarrow\ -\dfrac{1}{B^2l^2}\ln\left[Bl\left(\mathcal{E}-Blv\right)-\mu mg\left(R+r\right)\right]=\dfrac{t}{m\left(R+r\right)}+\ln C$ **(0,6 p)** Pentru determinarea constantei de integrare din condiţiile iniţiale: $v\big\|_{t=0}=0\Rightarrow \ln C=-\dfrac{1}{B^2l^2}\ln\left[Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)\right]$ **(0,3 p)** Pentru stabilirea legii variaţiei vitezei punţii: $\ln\dfrac{Bl\left(\mathcal{E}-Blv\right)-\mu mg\left(R+r\right)}{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}=-\dfrac{B^2l^2t}{m\left(R+r\right)}\ \Rightarrow\ 1-\dfrac{B^2l^2v}{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}=e^{-\frac{B^2l^2t}{m(R+r)}}\ \Rightarrow$ $\Rightarrow\ v=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[1-e^{-\frac{B^2l^2t}{m(R+r)}}\right]$ **(0,6 p)**	**2,1 p.**
d)	Pentru $v=0{,}99v_{\max}\ \Rightarrow\ \dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[1-e^{-\frac{B^2l^2\Delta t}{m(R+r)}}\right]=0{,}99\cdot\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\ \Rightarrow$ $\Rightarrow\ e^{-\frac{B^2l^2\Delta t}{m(R+r)}}=0{,}01\ \Rightarrow\ \Delta t=\dfrac{2m\left(R+r\right)\ln 10}{B^2l^2}=\dfrac{2\cdot 0{,}01\cdot 1\cdot\ln 10}{1\cdot 0{,}1^2}=4{,}6\,\mathrm{s}$ **(0,6 p)**	**0,6 p.**
e)	Pentru obţinerea expresiei dependenţei coordonatei *x* de timp: $\dfrac{dx}{dt}=v\left(t\right)\ \Rightarrow$ $dx=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[1-e^{-\frac{B^2l^2t}{m(R+r)}}\right]dt\Rightarrow\int_0^x dx=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\int_0^{\Delta t}\left[1-e^{-\frac{B^2l^2t}{m(R+r)}}\right]dt\ \Rightarrow$ $\Rightarrow x=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[t+\dfrac{m\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left(e^{-\frac{B^2l^2t}{m(R+r)}}-1\right)\right]$ **(0,6 p)**	**(0,6 p)**
f)	Pentru calculul numeric al distanţei parcurse în intervalul de timp Δt: $\Rightarrow x\left(\Delta t\right)=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[\Delta t+\dfrac{m\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left(e^{-\frac{B^2l^2\Delta t}{m(R+r)}}-1\right)\right]=$ $=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[\dfrac{2m\left(R+r\right)\ln 10}{B^2l^2}+\dfrac{m\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left(e^{-2\ln 10}-1\right)\right]=$ $=\dfrac{m\left(R+r\right)\left[Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)\right]}{B^4l^4}\left(2\ln 10+e^{-2\ln 10}-1\right)=$ **(0,6 p)** $=\dfrac{0{,}01\cdot 1\cdot\left(1\cdot 0{,}1\cdot 48-0{,}05\cdot 0{,}01\cdot 10\cdot 1\right)}{1\cdot 0{,}1^4}\cdot\left(2\ln 10+0{,}01-1\right)\approx 1733\,\mathrm{m}$	**(0,6 p)**
g)	Pentru stabilirea intervalului de timp Δt_L în care puntea parcurge distanţa *L*: $L=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[\Delta t_L+\dfrac{m\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left(e^{-\frac{B^2l^2\Delta t_L}{m(R+r)}}-1\right)\right]\ \Rightarrow$ $\Rightarrow\ L=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left(\Delta t_L+e^{-\Delta t_L}-1\right)\ \Rightarrow$ $\Rightarrow L=\dfrac{Bl\mathcal{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left(\Delta t_L+1-\Delta t_L+\dfrac{\Delta t_L^2}{2}-1\right)\Rightarrow$	**(1,2 p)**

	$\Rightarrow\ \Delta t_L = Bl\sqrt{\dfrac{2L}{Bl\mathscr{E}-\mu mg\left(R+r\right)}} = \sqrt{\dfrac{2}{479,5}} \approx 0,065\ \text{s}$ **(0,8p)**, unde $e^{-\Delta t_L} \approx 1-\Delta t_L + \dfrac{\Delta t_L^2}{2}$ Pentru calcularea vitezei punţii la capătul distanţei L : $v_L = \dfrac{Bl\mathscr{E}-\mu mg\left(R+r\right)}{B^2l^2}\left[1-e^{-\frac{B^2l^2\Delta t_L}{m(R+r)}}\right] = 479,5\left(1-e^{-0,0646}\right) \simeq 30\ \text{m/s}$ **(0,4 p)**		
	Total	**10,0 p.**	