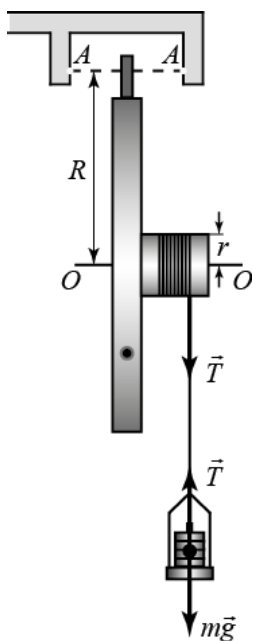


LUCRĂRI DE LABORATOR LA MECANICĂ ASISTATE DE CALCULATOR

Îndrumar de laborator la fizică



Chișinău
2012

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI
Facultatea Radioelectronică și Telecomunicații
Catedra Fizică

**Lucrări de laborator la mecanică
asistate de calculator**

Îndrumar de laborator la fizică

Chișinău
U.T.M.
2012

Îndrumarul de laborator este elaborat în conformitate cu programa de studiu la fizică pentru Universitatea Tehnică. La fiecare lucrare de laborator sunt formulate scopul și obiectivele lucrării și este prezentat succint materialul teoretic la tema studiată. De asemenea, la toate lucrările sunt formulate întrebări de control, răspunsul la care necesită minimul de cunoștințe necesare pentru admiterea la efectuarea lucrărilor de laborator.

Îndrumarul este destinat studenților tuturor specialităților, secțiilor la zi și cu frecvență redusă.

Autori: conf. univ., dr. A. Rusu
conf. univ., dr. S. Rusu
lector superior C. Pîrțac

Recenzent – conf. univ., dr. fiz.-matem., U.S.M. V.Dușciac

Lucrarea de laborator 1c

Verificarea experimentală a teoremei despre variația energiei cinetice a unui corp supus acțiunii forței elastice pe un plan orizontal

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a teoremei despre variația energiei cinetice a unui corp supus acțiunii forței elastice la mișcarea lui pe un plan orizontal și determinarea constantei de elasticitate a resortului.

Obiective: De rând cu obiectivele generale ale lucrării, la sfârșitul lecției studenții trebuie să mai fie capabili:

- să definească noțiunea de energie cinetică și lucru mecanic;
- să deducă formula pentru energia cinetică a unui corp în mișcare;
- să deducă teorema despre variația energiei cinetice;
- să verifice experimental teorema despre variația energiei cinetice a unui corp supus acțiunii forței elastice: $mv^2/2 = kx^2/2$;
- să construiască la calculator graficul dependenței $Y = m(d/t_1)^2$ în funcție de $X = (x_0 - x')^2$ după punctele experimentale și să se convingă că acesta reprezintă un segment de dreaptă;
- să determine panta dreptei construite utilizând metoda celor mai mici pătrate, precum și constanta de elasticitate a resortului utilizat în experiență;
- să estimeze la calculator erorile standard comise și să tragă concluzii privind veridicitatea teoremei despre variația energiei cinetice, considerând diferite niveluri de încredere.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 1 senzor, stativ, plan cu piste pentru direcționarea mișcării căruciorului, bară de fixare a senzorilor, cărucior cu obturator și indicator, set de arcuri extensibile cu cârlige, bulon cu material adeziv, mufe.

De studiat: pp. 3–12, și cap.3 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Măsura mișcării corpului, determinată de lucrul forțelor externe necesar pentru oprirea acestuia, se numește energie cinetică:

$$E_c = L_{fr}. \quad (1.1)$$

Lucrul unei forțe constante $\vec{F} = \text{const.}$ ce acționează asupra unui corp se determină prin produsul scalar dintre forță și deplasarea \vec{s} realizată de corp sub acțiunea acestei forțe:

$$L = (\vec{F} \vec{s}) = F s \cos \alpha \quad (1.2)$$

Pentru determinarea lucrului unei forțe variabile $\vec{F} \neq \text{const.}$ trebuie să divizăm imaginar deplasarea în elemente atât de mici $d\vec{s}$, încât de-a lungul lor forța să poată fi considerată constantă. Calculăm lucrurile elementare, le însumăm și, pentru ca rezultatul să fie exact, trebuie să mai calculăm limita acestei sume când deplasările elementare tind spre zero. Această procedură, după cum se știe, se numește **integrare**. Astfel, lucrul unei forțe variabile $\vec{F} \neq \text{const.}$ se calculează cu ajutorul integralei curbilinii:

$$L = \int_{(l)} (\vec{F} d\vec{s}), \quad (1.3)$$

unde integrarea se realizează după curba (l) , de-a lungul căreia se deplasează punctul material.

Pentru a stabili formula de calcul a energiei cinetice considerăm un corp de masa m ce se mișcă cu viteza v și acționăm asupra lui

cu o forță de frânare \vec{F}_{fr} . Dacă forța de frânare este constantă și mișcarea este rectilinie, adică $\vec{F}_{fr} = \text{const.}$, atunci lucrul efectuat de aceasta până la oprirea completă a corpului este:

$$L_{fr} = F_{fr} s \cos \pi = -m|a|s, \quad (1.4)$$

unde, conform principiului fundamental al dinamicii, forța de frânare a fost înlocuită cu produsul dintre masa corpului m și accelerația a cauzată de această forță, adică $F_{fr} = m|a|$, iar s este distanța parcursă de corp până la oprirea lui completă. Determinând produsul $|a|s$ din formula lui Galilei $v^2 = -2|a|s$ și substituindu-l în (1.4), ținând seama de (1), obținem:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}, \quad (1.5)$$

unde v este viteza corpului.

În cazul când corpul este frânat cu ajutorul unei forțe variabile $\vec{F} \neq \text{const.}$, formula (1.3), după cum era și de așteptat, ne conduce la același rezultat (1.5).

Dacă asupra unui corp cu masa m acționează o forță constantă \vec{F} , atunci lucrul acesteia

$$L = F_s s \cos \alpha = F_s S = mas, \quad (1.6)$$

unde $F_s = F \cos \alpha$ este proiecția forței \vec{F} pe direcția mișcării corpului, care este egală cu produsul dintre masa corpului și accelerația lui, adică $F_s = ma$. Determinând produsul aS din formula lui Galilei $v_2^2 - v_1^2 = 2aS$ și substituindu-l în (1.4), obținem:

$$L = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \quad (1.7)$$

sau

$$E_{c2} - E_{c1} = L. \quad (1.8)$$

Astfel, am demonstrat teorema despre variația energiei cinetice a unui corp, care arată că această variație este egală cu lucrul forțelor exterioare ce acționează asupra lui. Se poate demonstra că teorema este valabilă și în cazul când forța exterioară este variabilă, cum este, de exemplu, forța elastică.

Această teoremă se poate verifica experimental pentru diferite cazuri particulare. Vom considera acum unul dintre ele. Fie un cărucior de masă m ce se află în repaus pe un plan orizontal,

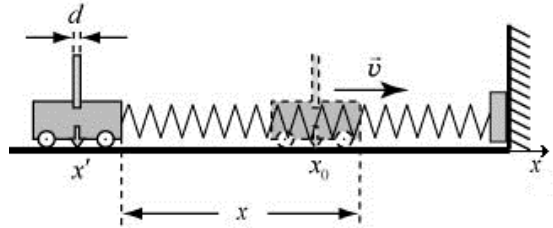


Fig. 1.1

dilatând un resort extensibil, având constanta de elasticitate k (fig. 1.1). Dacă resortul este dilatat cu $x = x_0 - x'$ (fig. 1.1), atunci la eliberarea căruciorului forța elastică

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}, \quad (1.9)$$

orientată în sens opus deformației resortului va efectua asupra căruciorului lucrul mecanic

$$L = -k \int_x^0 x dx = \frac{kx^2}{2}, \quad (1.10)$$

în cazul când resortul se restabilește complet sau lucrul mecanic

$$L = -k \int_x^{x_1} x dx = \frac{kx^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}, \quad (1.11)$$

când restabilirea resortului este parțială și se micșorează de la x până la x_1 . În poziția inițială x' , căruciorul se află în repaus și energia lui cinetică $E_{cl} = 0$. În poziția finală x_0 , resortul este restabilit complet, iar căruciorul se mișcă spre dreapta cu viteza \vec{v} , având energia cinetică

$$E_{c2} = \frac{mv^2}{2}. \quad (1.12)$$

Substituind (1.10) și (1.12) în (1.8) obținem următoarea relație, echivalentă teoremei despre variația energiei cinetice în experiența considerată

$$mv^2 = kx^2. \quad (1.13)$$

Vom aproxima viteza instantanee a căruciorului în poziția x_0 cu viteza medie pe distanța egală cu grosimea d a obturatorului

$$v = \frac{d}{t_1}, \quad (1.14)$$

unde t_1 reprezintă intervalul de timp în care obturatorul căruciorului de grosime d acoperă fascicolul senzorului (când acesta trece prin poziția x_0) și resortul este restabilit complet. Substituind (1.14) în (1.13) și ținând seama că $x = x_0 - x'$, obținem relația definitivă exprimată prin mărimi direct măsurabile și care este echivalentă cu teorema despre variația energiei cinetice în această experiență:

$$m\left(\frac{d}{t_1}\right)^2 = k(x_0 - x')^2. \quad (1.15)$$

Vom verifica experimental relația (1.15), considerând-o drept o funcție liniară de forma:

$$Y = pX + b, \quad (1.16)$$

unde

$$Y = m\left(\frac{d}{t_1}\right)^2, \quad (1.17)$$

$$X = (x_0 - x')^2, \quad (1.18)$$

iar b este termenul liber, care are sensul valorii mărimii Y atunci când $X = 0$. Teoretic ar trebui ca $b = 0$, practic, însă, din cauza

comiterii vre unei erori sistematice la determinarea deformației resortului $x = x' - x_0$ s-ar putea întâmpla ca termenul liber să se obțină diferit de zero $b \neq 0$. În acest caz, valoarea constantei de elasticitate determinate direct din formula (1.15) va fi greșită, iar valoarea ei determinată cu ajutorul graficului construit va fi cea corectă, întrucât panta dreptei nu este afectată de valoarea termenului liber.

Construim, în continuare, graficul dependenței $Y = m(d/t_1)^2$ ca funcție de mărimea $X = (x_0 - x')^2$. Dacă teorema despre variația energiei cinetice a corpului în această experiență este valabilă, atunci graficul trebuie să fie un segment de dreaptă (fig. 1.2). Panta acestei drepte:

$$p = \operatorname{tg} \varphi = \frac{BC}{AC} = k. \quad (1.19)$$

Graficul se va construi pentru n puncte experimentale ce se obțin, efectuând $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 10$ măsurări. Formula (1.19) se aplică atunci când graficul se construiește manual pe hârtie milimetrică. Dacă graficul se construiește la calculator, atunci atât panta dreptei p , cât și eroarea standard Δp , dar și eroarea relativă $\varepsilon = \Delta p/p = \Delta k/k$ se vor calcula prin metoda celor mai mici pătrate (vezi §3.5 din [3]). Eroarea standard Δp calculată corespunde unui nivel de încredere $P^* = 68,3\%$. Pentru niveluri de încredere mai ridicate eroarea standard se va calcula manual (vezi [3])

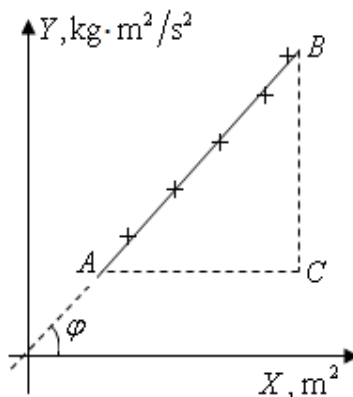


Fig. 1.2

Experiența poate fi efectuată cu unul din cele două resorturi extensibile cu cârlige din setul propus, dar, în caz de necesitate, se pot utiliza și alte resorturi. Resortul se fixează cu cârligul din

stânga (fig. 1.3) pe un bulon cu material adeziv care apoi se înșurubează în cărucior. Cârligul din dreapta (fig. 1.3) se agață



Fig. 1.3

de suportul din dreapta al barei directoare. Deasupra resortului, în poziția x_0 , se situează unul din senzorii cronometrului electronic. Deplasând căruciorul în stânga până în poziția cu coordonata x' , vom întinde resortul cu $x = x_0 - x'$. La eliberare, căruciorul va trece prin poziția cu coordonata x_0 , iar cronometrul va măsura intervalul de timp t_1 . Întrucât resorturile cu cârlige au constante de elasticitate mici, deformarea lor poate fi repetată manual ori de câte ori se dorește cu o precizie suficientă, citind coordonatele inițială x' și finală x_0 cu ajutorul indicatorului căruciorului de pe rigla planului. La trecerea de la o serie de repetări la alta este posibil: 1) de menținut neschimbată masa căruciorului m , iar coordonata lui x' de variat; 2) de variat atât masa căruciorului m , cât și coordonata lui x' .

Trebuie de menționat că dacă senzorul este fixat exact în poziția cu coordonata x_0 , atunci prelungirea segmentului de dreaptă trebuie să treacă prin originea axelor de coordonate.

Fișa de lucru

1. Accesați programul pentru efectuarea lucrării de laborator și completați datele cerute (grupa, numele și prenumele, numele și prenumele profesorului, localitatea). Accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Caracteristicile lucrării**”. Completați compartimentele scopul lucrării, aparate și accesorii. Accesând butonul „**Continuare**” ajungeți la fereastra „**Efectuarea măsurărilor**”. Selectați numărul de serii n și numărul de măsurări N , și introduceți-le în calculator.
2. Stabiliți planul înclinat cu ajutorul nivelmetrului în poziție orizontală (se poate utiliza și o bilă situată pe ulucul director). Măsurați diametrul d al obturatorului cu șublerul. Înșurubați în

- cărucior indicatorul poziției, obturatorul și bulonul cu material adeziv, având resortul deja fixat. Determinați prin cântărire masa sistemului format m . Introduceți valorile acestor mărimi în calculator, bifând una din posibilitățile selectate pentru masa căruciorului: fixă sau variabilă. Stabiliți căruciorul pe plan și agățați resortul de suportul din dreapta al barei directoare.
3. Fixați pe stativ bara senzorilor, iar pe ea un senzor astfel încât obturatorul căruciorului să întretaie fascicolul lui imediat după terminarea contractării resortului. Determinați coordonata lui x_0 și introduceți-o în calculator.
 4. Conectați cronometrul prin cablul COM la calculator și declanșați-l.
 5. Deplasați căruciorul extinzând resortul până în poziția cu coordonata x' (*fig. 1.1*). Introduceți valoarea x' în calculator. Folosind resortul scurt din setul propus, evitați deformațiile prea mari ale acestuia pentru ca să nu apară deformații remanente. Se pot lua lungimi ale resortului deformat nu mai mari de 0,5 din lungimea planului înclinat.
 6. Accesați butonul „**Start**”, eliberați căruciorul și observați intervalul de timp t_1 , în care obturatorul lui a acoperit fascicolul senzorului. Accesați butonul „**Citirea datelor**” și transferați intervalul de timp măsurat în calculator, unde se calculează valorile mărimilor $X = (x_0 - x')^2$ și $Y = m(d/t_1)^2$.
 7. Accesați butonul „**Următoarea măsurare**” și repetați punctele 5 și 6 încă de $N - 1$ ori. Întrucât experiența se efectuează fără bara directoare, după trecerea obturatorului printre brațele senzorului, căruciorul trebuie susținut cu mâna pentru ca acesta să nu iasă de pe piste și să nu cadă de pe plan.
 8. După terminarea seriei de măsurări accesați butonul „**Următoarea măsurare**”, unde se calculează valorile medii ale mărimilor $X = (x_0 - x')^2$, $Y = m(d/t_1)^2$. Selectați următoarea valoare a coordonatei x' și introduceți-o în calculator. Adăugați și o masă marcată pe cărucior, dacă ați ales să efectuați

experiența cu o masă variabilă. Efectuați a doua serie de măsurări.

9. Repetați punctul 8 încă de $n-2$ ori pentru alte valori ale coordonatei x' .
10. După terminarea tuturor seriilor de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Prelucrarea datelor experimentale**”. Analizați tabelul valorilor medii.
11. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Prelucrarea datelor experimentale**” și obțineți graficul dependenței studiate, precum și valoarea pantei drepte, adică a constantei de elasticitate k .
12. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul erorilor**” și obțineți eroarea standard a pantei.
13. Introduceți în calculator rezultatul final.
14. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Concluzii**” și formulați-le.
15. Accesați butonul „**Referat**” și inițiați programul de perfectare a referatului la lucrarea efectuată. Salvați referatul.
16. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea lucrării.

Întrebări de control

1. Definiți noțiunile de energie cinetică și de lucru mecanic al unei forțe: a) constante; b) variabile.
2. Deduceți formula pentru energia cinetică a unui corp de masă m ce efectuează o mișcare de translație cu viteza v .
3. Deduceți teorema despre variația energiei cinetice.
4. Explicați metoda de verificare experimentală a teoremei despre variația energiei cinetice în lucrare și deduceți formula (1.13).
5. Cum se determină viteza căruciorului în poziția finală x_0 ?
6. Cum se determină deformația resortului?
7. Cum se construiește graficul dependenței (1.15)?
8. Când se consideră că teorema variației energiei cinetice este verificată experimental?
9. Cum se determină panta dreptei construite și ce semnificație are ea?

10. Câte variante de verificare experimentală a teoremei variației energiei cinetice sunt posibile în lucrare și care sunt ele?
11. Cum se calculează eroarea standard a constantei de elasticitate comisă în experiment și cărui nivel de încredere îi corespunde?
12. Cum se calculează eroarea standard pentru alte niveluri de încredere?
13. Cum se scrie rezultatul final?
14. Ce concluzii ați trage dacă rezultatele experimentale ar fi cele așteptate?

Lucrarea de laborator 2c

Verificarea principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație la mișcarea unui cărucior pe planul înclinat

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație.

Obiective: De rând cu obiectivele generale ale lucrării, la sfârșitul lecției studenții trebuie să mai fie capabili:

- să formuleze principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație;
- să verifice experimental justetea principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație în cazurile când forța de frecare (rezistență) poate fi neglijată și când ea este comparabilă cu cea exterioară;
- să construiască la calculator după punctele experimentale graficele dependențelor (2.5) și (2.6);
- să determine cu ajutorul graficelor pantele dreptelor obținute și valoarea coeficientului de frecare (rezistență) μ la mișcarea căruciorului pe planul înclinat;
- să estimeze erorile standard comise în experiment la determinarea pantelor dreptelor construite pentru diferite niveluri de încredere;

- în baza rezultatelor experienței efectuate să tragă concluzii privind valabilitatea principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație în experiențe.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, stativ, plan cu piste pentru direcționarea mișcării căruciorului, 2 bare scurte, șaibe de plastic, cărucior, set de obturatoare cilindrice, cronometru electronic, 2 senzori, bară de susținere a senzorilor, mufe, riglă, șubler.

De studiat: pp.12–20 și cap.2 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație a unui corp afirmă că accelerația \vec{a} a corpului (punctului material) în mișcare este direct proporțională cu rezultanta \vec{F} a tuturor forțelor ce acționează asupra corpului și invers proporțională cu masa m a acestuia, fiind orientată în sensul rezultantei \vec{F} :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (2.1)$$

sau

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (2.2)$$

adică rezultanta \vec{F} a tuturor forțelor ce acționează asupra corpului este egală cu produsul dintre masa lui m și accelerația \vec{a} pe care o obține corpul sub acțiunea forțelor cu rezultanta \vec{F} .

Aceste formulări sunt valabile în cazul când masa mobilului nu variază în timpul mișcării, adică $m = \text{const.}$. În caz mai general, când în timpul mișcării $m \neq \text{const.}$, principiul fundamental al dinamicii punctului material are aspectul:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (2.3)$$

unde $\vec{p} = m\vec{v}$ este impulsul punctului material. Astfel, rezultanta forțelor \vec{F} ce acționează asupra mobilului este egală cu viteza de variație a impulsului acestui mobil. Este de remarcat că relația (2.3) este valabilă și pentru $m = \text{const.}$, întrucât în acest caz (2.3) trece în (2.2).

În continuare vom considera cazul când în timpul mișcării mobilului rezultanta forțelor nu variază ($\vec{F} = \text{const.}$). În acest caz și accelerația corpului $\vec{a} = \text{const.}$. Vom verifica experimental justetea principiului fundamental al dinamicii la mișcarea de translație a unui cărucior pe planul înclinat (fig. 2.1). Asupra căruciorului acționează forța de reacțiune normală a planului \vec{N} , forța de greutate $m\vec{g}$ și forța de frecare (de rezistență în rulmenții căruciorului) \vec{F}_{fr} , care

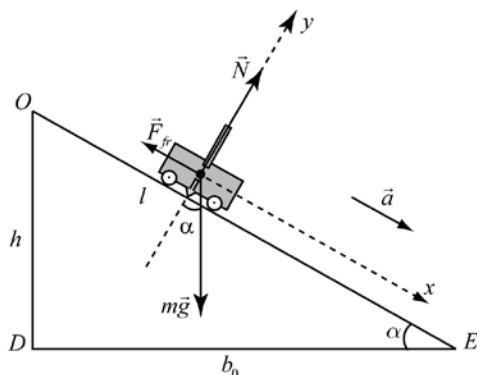


Fig. 2.1

este foarte mică datorită utilizării în calitate de roți ale căruciorului a unor rulmenți fini. Se pot realiza două cazuri:

1. Forța de frecare (rezistență) poate fi neglijată în comparație cu rezultanta \vec{F} a forțelor de greutate $m\vec{g}$ și de reacțiune normală \vec{N} a planului înclinat, adică $mg \sin \alpha \gg F_{fr}$, ceea ce corespunde unghiurilor mari de înclinare α ale planului față de orizontală;

2. Forța de frecare (rezistență) nu poate fi neglijată în comparație cu rezultanta \vec{F} a forțelor de greutate $m\vec{g}$ și de reacțiune normală \vec{N} a planului înclinat, adică $mg \sin \alpha \approx F_{fr}$, ceea ce corespunde unghiurilor mici de înclinare a planului față de orizontală.

În primul caz, când forța de frecare poate fi neglijată, ecuația (2.2) scrisă în proiecții pe axa x (fig. 2.1) de-a lungul căreia este orientată accelerația \vec{a} are aspectul:

$$mg \sin \alpha = ma \quad (2.4)$$

sau

$$a = g \frac{h}{l}, \quad (2.5)$$

unde $\sin \alpha = h/l$, iar l este lungimea planului înclinat. Astfel, pentru unghiuri mari de înclinare a planului față de orizontală, principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este echivalent cu relația (2.5).

În cazul doi, adică pentru unghiuri mici de înclinare a planului față de orizontală forța de frecare nu poate fi neglijată. Principiul fundamental (2.2) în proiecții pe axele x și y (fig. 2.1) în acest caz are aspectul:

$$\begin{cases} mg \sin \alpha - F_{fr} = ma, \\ mg \cos \alpha - N = 0, \end{cases}$$

unde $F_{fr} = \mu N$.

De aici obținem: $a = g \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \mu)$. Întrucât unghiul de înclinare α a planului față de orizontală este mic, rezultă că $l \approx b_0$ și de aceea $\cos \alpha = b_0/l \approx 1$. Ținând seama că $\operatorname{tg} \alpha = h/b_0$ obținem:

$$a = g \left(\frac{h}{b_0} - \mu \right). \quad (2.6)$$

Se observă că micșorarea înălțimii h a planului conduce la micșorarea accelerației căruciorului. Când $\alpha \rightarrow 0$, formula (2.6) trece în (2.5). Astfel, principiul fundamental al dinamicii în cazul unghiurilor mici este echivalent cu relația (2.6), care reprezintă o funcție liniară de parametrul h/b_0 .

Pentru verificarea experimentală a relațiilor (2.5) și (2.6), care sunt echivalente principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație în două cazuri limită, trebuie identificată o metodă cinematică de măsurare indirectă a accelerației căruciorului ce se mișcă pe planul înclinat. Una din posibilitățile cele mai potrivite este folosirea relației de definiție a accelerației:

$$a = \frac{v - v_0}{t}, \quad (2.7)$$

unde v_0 este viteza inițială, iar v – viteza mobilului la momentul de timp t . Deoarece accelerația a este constantă, intervalul de timp t poate lua valori oricât de mari. Din relația (2.7) rezultă:

$$v = v_0 + at. \quad (2.8)$$

Viteza instantanee, de regulă, se aproximează cu viteza medie pe o distanță suficient de mică (grosimea obturatorului). Uneori însă nu este nevoie de această aproximație. Aceasta se întâmplă în cazul mișcării uniform variate când se poate considera că viteza medie pe o anumită distanță coincide cu viteza instantanee în momentul de timp egal cu jumătate din intervalul de timp în care mobilul parcurge întreaga distanță. Într-adevăr, dacă mobilul parcurge distanța S în timpul t , atunci în cazul mișcării uniform accelerate:

$$v_{\text{med}} = S/t = (v_0 t + at^2/2)/t = v_0 + at/2, \quad (2.9)$$

ceea ce demonstrează afirmația de mai sus.

Pentru determinarea vitezelor instantanee v_0 și v se măsoară cu cronometrul stabilit în regimul $n-3$ intervalele de timp t_1 și t_3 în care obturatorul căruciorului de grosime d în mișcarea sa

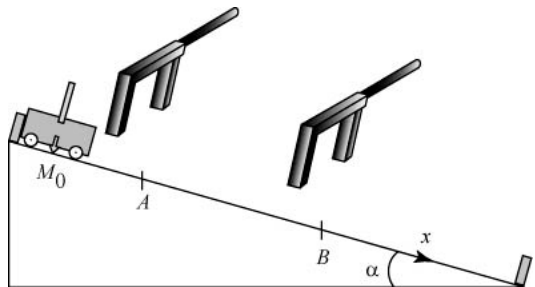


Fig. 2.2

uniform accelerată acoperă fasciculele senzorilor situați în pozițiile A și B (fig. 2.2), precum și timpul t_2 , care durează de la descoperirea fascicolului senzorului A până la începutul acoperirii fascicolului senzorului B . În continuare, observăm că vitezele medii $v_{\text{med},A} = d/t_1$ și $v_{\text{med},B} = d/t_3$ coincid cu vitezele instantanee în mijlocul intervalelor respective de timp, adică la momentele $t_1/2$ și $t_3/2$. În acest caz, intervalul de timp t din formula (2.8) va fi $t = t_1/2 + t_2 + t_3/2$. Substituind în (2.8), obținem:

$$a = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}. \quad (2.10)$$

Relația (2.5) poate fi considerată o funcție liniară de parametrul h/l , adică de forma $Y = pX + b$, unde $Y = a$, $X = h/l$, $p = g$. Termenul liber se va lua diferit de zero $b \neq 0$ pentru a putea identifica și elimina influența unei eventuale erori sistematice la determinarea pantei dreptei. Din figura 2.3 se observă că prelungirea dreptei taie pe axa absciselor un segment egal cu valoarea $\sin \alpha$, pentru care accelerația a se anulează: $\sin \alpha = h/l = h_0/l_0$. Pentru această valoare, rezultanta \vec{F} a forțelor de greutate $m\vec{g}$ și de reacțiune normală \vec{N} a planului înclinat este compensată de către forța de frecare (rezistență):

$$F_{fr} = F = mg \sin \alpha_0 = mg h_0/l_0.$$

După cum se observă din (2.5), panta acestei drepte trebuie să fie egală cu accelerația gravitațională sau mai exact, valoarea cunoscută a accelerației gravitaționale trebuie să se afle în interiorul intervalului de încredere al pantei $p : (p - \Delta p < g < p + \Delta p)$. Astfel,

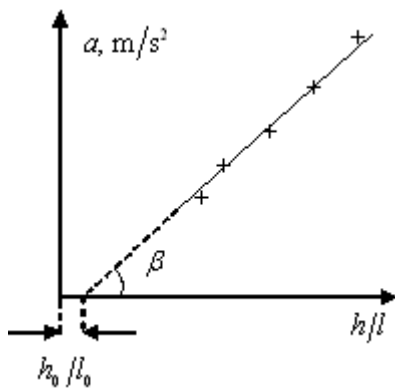


Fig. 2.3

dacă graficul dependenței (2.5) construit după punctele experimentale reprezintă un segment de dreaptă și accelerația gravitațională se află în intervalul de încredere al pantei acestei drepte, atunci putem trage concluzia că principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este just în limitele anumitor erori comise în experiment.

Relația (6), de asemenea, poate fi considerată o funcție liniară de parametrul h/b_0 , adică de forma $Y = pX + b$, unde $Y = a$, $X = h/b_0$, $p = g$, iar $b = -\mu g$. Dacă principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este just, iar forța de frecare nu poate fi neglijată, atunci construind după punctele experimentale graficul dependenței (2.6) de parametrul h/b_0 , trebuie să obținem un segment de dreaptă (fig. 2.4) cu panta

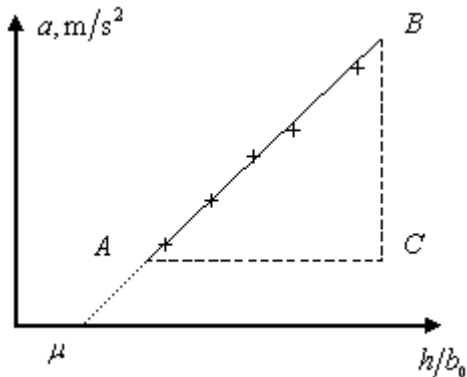


Fig. 2.4

$$p = BC/AC = g. \quad (2.15)$$

Totodată, prelungirea acestei drepte (fig. 2.4) întretaie pe axa absciselor un segment egal cu coeficientul de frecare μ . Valoarea obținută a coeficientului de frecare poate fi comparată cu valoarea estimată cu ajutorul relației (2.6).

Fișa de lucru

1. Îmbrăcați o mufă pe unul din suporturile verticale ale stativului. Cu ajutorul nivelmetrului sau al unei bile situate pe unul din ulucele planului, instalați planul în poziție orizontală. Ridicați și lipiți această mufa de una din mufele de fixare ale planului. Înșurubați în cărucior arcul de amortizare și fixați obturatorul cu diametrul $d = 10$ mm. Situați căruciorul pe plan cu ajutorul barei directoare.

2. Fixați planul în poziție oblică ridicând capătul lui din stânga (fig. 2.2), astfel încât $\sin \alpha = h/l \geq 0,2$. Accesați programul pentru efectuarea măsurărilor. Completați informația cerută în ferestrele „**Foie de titlu**” și „**Caracteristicile experienței**” și cu ajutorul butonului „**Continuare**” ajungeți la fereastra „**Efectuarea măsurărilor**”. Măsurați înălțimea h (distanța de la mufa ce a fost lipită inițial de una din mufele de fixare a planului și această mufă) și lungimea l ale planului înclinat și introduceți valorile obținute în calculator. Introduceți, de asemenea, valorile diametrului obturatorului, numărului selectat de serii n de măsurări, precum și a numărului de măsurări din cadrul fiecărei serii N .
3. Accesați butonul „**Start**” și eliberați căruciorul din punctul superior M_0 al planului. Măsurați cu cronometrul intervalele de timp t_1, t_2 și t_3 . Dacă mișcarea căruciorului a avut loc în condiții satisfăcătoare, accesați butonul „**Citirea datelor**” prin care se achiziționează datele în calculator și se calculează raportul h/l , precum și accelerația căruciorului.
4. Repetați indicațiile de la punctul 3 încă de $N - 1$ ori.
5. Măriți unghiul de înclinare a planului și repetați indicațiile de la punctele 3 și 4.
6. Repetați indicațiile de la punctul 5 încă de $n - 2$ ori.
7. La terminarea seriilor de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Prelucrarea datelor experimentale**”. Analizați tabelul valorilor medii. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Procesarea datelor**” și obțineți graficul dependenței studiate, precum și valorile pantei și a termenului liber.
8. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul erorilor**” și obțineți erorile standard ale pantei și termenului liber. Introduceți în calculator rezultatul final.
9. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Concluzii**” și în fereastra apărută formulați-le.

10. Accesați butonul „Referat”. Se perfectează referatul la experiența efectuată și salvați-l.
11. Accesați butonul „Finiș” și finalizați efectuarea experienței.
12. Analogic cercetați cum este satisfăcut principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație în cazul unghiurilor mici de înclinare când forța de frecare (rezistență) este comparabilă cu cea exterioară.

Întrebări de control

1. Definiți noțiunile de accelerație, masă și forță.
2. Formulați principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație pentru un corp de masă constantă și variabilă aflat în mișcare.
3. În ce cazuri-limită se verifică veridicitatea principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație?
4. Deduceți relațiile (2.5) și (2.6).
5. Demonstrați că la mișcarea uniform variată viteza medie pe o anumită distanță coincide cu viteza instantanee la momentul de timp egal cu jumătate din intervalul de timp în care mobilul parcurge întreaga distanță.
6. Deduceți relația (2.10).
7. De ce la verificarea relației (2.5) termenul liber b din dependența liniară se consideră diferit de zero?
8. Care rezultate experimentale în experiențele acestei lucrări de laborator ar justifica principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație?
9. Cum se determină coeficientul de frecare (rezistență) μ în experiență?
10. Cum se calculează erorile standard ale pantelor dreptelor construite și termenilor liberi pentru diferite niveluri de încredere?
11. Cum se scrie rezultatul final?
12. Ce concluzii ați trage dacă rezultatele experimentale ar fi cele așteptate?

Lucrarea de laborator 3c

Verificarea principiului fundamental al dinamicii la mișcarea de translație a unui cărucior pe un plan orizontal

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație și determinarea coeficientului de frecare (rezistență) la mișcarea căruciorului pe un plan orizontal.

Obiective: De rând cu obiectivele generale ale lucrării la sfârșitul lecției, studenții trebuie să mai fie capabili:

- să verifice experimental proportionalitatea $a \sim F$ pentru aceeași masă a sistemului de corpuri ($m = \text{const.}$), ținând seama de frecarea (rezistența) în axele căruciorului și axa scripetelui;
- să construiască graficul dependenței accelerației căruciorului în funcție de parametrul $\eta = (m_2 + nm_0)/m$ pentru mai multe valori ale forței exterioare;
- să determine panta dreptei obținute;
- să determine din grafic valoarea coeficientului de frecare (rezistență) μ ;
- să estimeze eroarea standard comisă în experiment la determinarea pantei dreptei;
- să tragă concluzii privind valabilitatea principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 2 senzori, bară de susținere a senzorilor, stativ, plan cu piste pentru direcționarea mișcării căruciorului, bară directoare, 2 bare scurte, șaibe de plastic, cărucior cu taler pentru greutate și scoabă pentru legarea firelor, set de greutate identice mici, taler fără obturator, set de obturatoare cilindrice, mufe, riglă, nivelmetru, șubler.

De studiat: pp. 21–28 și cap.2 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

În conformitate cu principiul fundamental al dinamicii (vezi „Considerații teoretice și experimentale” la lucrarea de laborator 2c),

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (3.1)$$

acelerația unui mobil este direct proporțională cu forța (rezultanta forțelor) F ce acționează asupra lui dacă masa acestuia nu variază ($m = \text{const.}$):

$$a \sim F, \quad m = \text{const.} \quad (3.2)$$

Aceasta înseamnă că dacă principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este just, graficul dependenței accelerației a în funcție de forța F trebuie să reprezinte un segment de dreaptă (fig. 3.1).

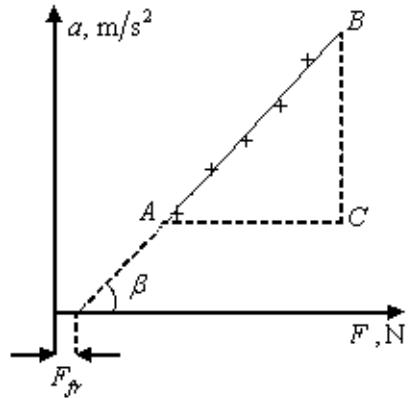


Fig. 3.1

Relația fundamentală (3.2) poate fi verificată experimental cu ajutorul montajului din figura 3.2, în care planul este așezat în poziție orizontală cu ajutorul nivelmetrului (sau a unei bile situate pe unul din ulucele lui). Pe plan se amplasează un cărucior cu taler pentru greutate, obturator și scoabă pentru legarea firului, toate

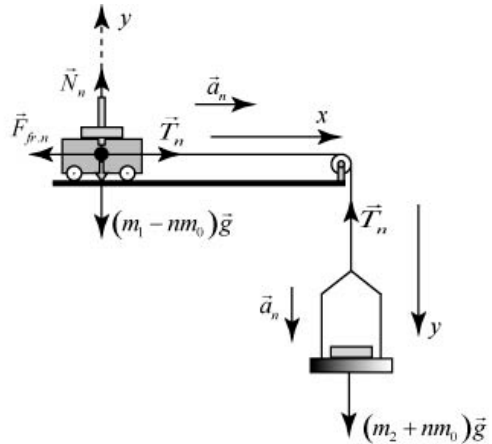


Fig. 3.2

fixate pe cărucior. Pe talerul căruciorului se plasează 5 sau mai multe corpuri de mase identice (în funcție de numărul seriilor de măsurări), de exemplu, cu masa $m_0 = 2-3 \text{ g}$ fiecare, apoi de scoabă se leagă un fir subțire trecut peste scripete. De celălalt capăt al firului se suspendă un taler cu o masă suplimentară, dacă este necesar. În continuare, prin cântărire determinăm masa m_1 a sistemului constituit din căruciorul cu scoaba pentru legarea firului, talerul pentru greutateți, obturatorul, cele $n \geq 5$ corpuri cu mase identice mici și masa m_2 a talerului suspendat de firul trecut peste scripete. Notăm $m = m_1 + m_2$. Vom analiza cazul când forța de frecare (rezistență) F_{fr} în axele scripetelui și ale căruciorului este comparabilă cu $m_2 g$ și trebuie luată în seamă. Pentru a accentua această situație se pot îmbrăca pe obturatorul căruciorului câteva corpuri cu masa de 50 g (ele fac parte din m_1). În acest caz, forța de frecare (rezistență) va crește.

Mutăm acum, pe rând, de pe talerul căruciorului pe cel suspendat $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ greutateți cu masa m_0 fiecare. Atunci ecuația principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație a sistemului, scrisă în proiecții pe axele x și y pentru ambele corpuri, va avea aspectul (fig. 3.2):

$$\begin{cases} T_n - F_{fr.n} = (m_1 - nm_0) a_n, \\ N_n - (m_1 - nm_0) g = 0, \\ F_{fr.n} = \mu N_n, \\ (m_2 + nm_0) g - T_n = (m_2 + nm_0) a_n, \end{cases}$$

sau

$$\begin{cases} T_n - \mu(m_1 - nm_0) g = (m_1 - nm_0) a_n, \\ (m_2 + nm_0) g - T_n = (m_2 + nm_0) a_n. \end{cases}$$

De aici obținem accelerația sistemului:

$$a_n = \frac{m_1 - nm_0}{m} \left(\frac{m_2 + nm_0}{m_1 - nm_0} - \mu \right) g . \quad (3.3)$$

Această formulă poate fi interpretată ca o relație dintre accelerația a_n a sistemului cu masa $m = m_1 + m_2 = \text{const.}$ și forța ce acționează asupra lui egală cu $F_n = (m_1 - nm_0) \left(\frac{m_2 + nm_0}{m_1 - nm_0} - \mu \right) g$. Relația (3.3) poate fi reprezentată și astfel:

$$a_n = [\eta(1 + \mu) - \mu] g , \quad (3.4)$$

unde

$$\eta = \frac{m_2 + nm_0}{m} . \quad (3.5)$$

Din (3.4) se observă că accelerația sistemului este o funcție liniară de parametrul η . Astfel, dacă principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este just, atunci construind după punctele experimentale graficul dependenței accelerației de acest parametru trebuie să obținem un segment de dreaptă (fig. 3.3) cu panta:

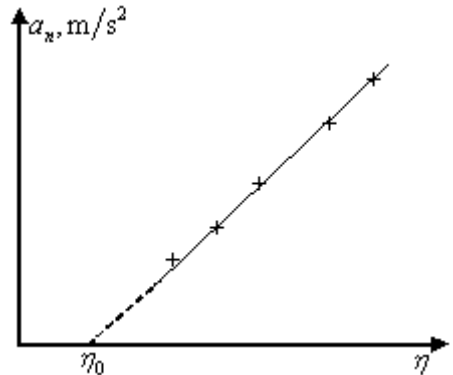


Fig. 3.3

$$p = g(1 + \mu) . \quad (3.6)$$

Evident, accelerația sistemului se va determina folosind o metodă cinematică, de exemplu, folosind formula (vezi „Considerații teoretice și experimentale” la lucrarea de laborator 2c):

$$a_n = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2} \quad (3.7)$$

pentru fiecare din cele n serii a câte N măsurări (vezi lucrarea de laborator 2c). Extrapolând segmentul de dreaptă până la intersecția lui cu axa absciselor, vom obține valoarea parametrului η_0 (fig. 3.3), pentru care accelerația se anulează ($a_n = 0$), adică:

$$\eta_0(1 + \mu) - \mu = 0. \quad (3.8)$$

De aici obținem valoarea coeficientului de frecare (rezistență):

$$\mu = \eta_0 / (1 - \eta_0). \quad (3.9)$$

Din (3.9) se observă că dacă $\eta_0 \ll 1$, atunci

$$\mu \approx \eta_0. \quad (3.10)$$

Expresia (3.4) reprezintă o dreaptă $Y = pX + b$, unde $Y = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}$, $X = \eta = \frac{m_2 + nm_0}{m_1 + m_2}$. Ea se construiește la calculator, folosind rezultatele a $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 10$ măsurări, iar panta dreptei p și termenul ei liber b , precum și erorile lor standard Δp și Δb se calculează aplicând metoda celor mai mici pătrate. Segmentul tăiat de dreaptă pe axa absciselor

$$X_0 = \eta_0 = -b/p \quad (3.11)$$

La efectuarea experienței căruciorul trebuie să se miște stabil pe pistele planului. Stabilitatea mișcării căruciorului se poate asigura folosind o masă nu prea mică m_2 a talerului suspendat. Trebuie să se folosească, de asemenea, obturatoare de grosimi mai mari, ținându-se seama că formula (3.7) este valabilă pentru orice grosime a obturatorului d . Pentru grosimi mai mari, însă, intervalele de timp t_1 și t_3 vor fi mai mari, iar erorile la măsurarea lor vor fi mai mici. Dacă se ține seama de aceste nuanțe, atunci valorile accelerației a_n nu se vor deosebi prea mult una de alta în cadrul aceleiași serii de măsurări. Masele m_0 se vor alege astfel, încât la mutarea lor de pe talerul căruciorului pe cel suspendat să nu

se producă o variație prea mare a forței de frecare în axa scripetelui (de exemplu, $m_0 \approx 3\text{ g}$).

Fișa de lucru

1. Stabiliți planul în poziție orizontală cât mai sus pe stativ cu ajutorul nivelmetrului sau al unei bile plasate pe unul din ulucele planului, lăsând suficient loc pentru fixarea barei senzorilor. Fixați pe cărucior cu ajutorul obturatorului subțire și a piuliței scoaba pentru fir, talerul mic cu 5 corpuri cu masa de aproximativ 3 g, obturatorul cu grosimea de 10 sau 15 mm și 2 - 3 corpuri cu masa de 50 g. Determinați prin cântărire masa lor m_1 . Stabiliți cu ajutorul barei directoare căruciorul pe plan.
2. Stabiliți cei doi senzori cu ajutorul barei senzorilor, astfel încât la mișcarea căruciorului, obturatorul să treacă prin mijlocul lor perpendicular pe fasciculele senzorilor.
3. Conectați senzorii la cronometru, iar cronometrul la portul COM al calculatorului.
4. Accesați programul pentru efectuarea lucrării de laborator și completați informația cerută în ferestrele „**Foaie de titlu**” și „**Caracteristicile experienței**”.
5. Accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Efectuarea măsurărilor**”. Introduceți numărul de serii selectate n , numărul de măsurări N , valorile masei m_1 , a masei m_0 , a diametrului d al obturatorului selectat și a masei talerului suspendat m_2 . Pentru asigurarea stabilității mișcării căruciorului pe plan, înainte de cântărirea talerului suspendat adăugați pe el o masă de 50 g.
6. Accesați butonul „**Start**” și eliberați căruciorul din punctul extrem din stânga planului. Măsurați cu cronometrul intervalele de timp t_1 , t_2 și t_3 . Dacă mișcarea căruciorului a avut loc în condiții satisfăcătoare, accesați butonul „**Citirea datelor**”, prin care se transferă datele în calculator și se calculează valoarea η , precum și accelerația căruciorului.

7. Repetați indicațiile de la punctul 6 încă de $N - 1$ ori.
8. Transferați o masă m_0 de pe talerul căruciorului pe cel suspendat și repetați indicațiile de la punctele 6 și 7.
9. Repetați indicațiile de la punctul 8 încă de $n - 2$ ori.
10. La terminarea seriilor de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Prelucrarea datelor experimentale**”. Analizați tabelul valorilor medii. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Procesarea datelor**”, unde se construiește graficul dependenței studiate și se calculează valorile pantei și ale termenului liber.
11. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul erorilor**” și obțineți erorile standard ale pantei și termenului liber cu un nivel de încredere $P^* = 0,6827$. Introduceți rezultatul final. La indicația profesorului calculați manual erorile standard pentru alte niveluri de încredere și scrieți rezultatul final și pentru aceste niveluri de încredere.
12. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Concluzii**” și formulați-le în fereastra apărută.
13. Accesați butonul „**Referat**”, perfectați referatul la experiența efectuată și salvați-l.
14. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea experienței.

Întrebări de control

1. Definiți noțiunile de accelerație, masă și forță.
2. Formulați principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație pentru un corp de masă constantă și variabilă aflat în mișcare.
3. Câte corpuri de mase identice mici se plasează pe talerul căruciorului?
4. Cum se realizează o forță de frecare (rezistență) mai mare în experiență?
5. Cum se asigură în experiență o valoare constantă a masei sistemului pe parcursul tuturor seriilor de măsurări?
6. Indicați toate forțele ce acționează asupra căruciorului și a talerului, scrieți ecuația principiului fundamental al dinamicii

- mișcării de translație în proiecții pe axele x și y pentru ambele corpuri și deduceți formula (3.3).
7. Deduceți relația liniară (3.4) dintre accelerația sistemului și paramerul η .
 8. Ce valoare trebuie să aibă panta dreptei (3.4)?
 9. Deduceți formula ce se utilizează în experiență la determinarea accelerației sistemului.
 10. Ce mărimi măsurate în mod direct se utilizează la determinarea accelerației?
 11. Pentru ce valori ale diametrului obturatorului este valabilă formula (3.7)?
 12. Cum se determină în experiență coeficientul de frecare (rezistență)?
 13. În ce condiții vom putea spune că principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație este verificat?
 14. De ce în experiență este mai indicat să utilizăm obturatoare de grosimi mai mari?
 15. Cum se asigură o stabilitate mai bună a mișcării căruciorului pe plan?
 16. De ce în experiență se folosesc corpuri cu mase mici m_0 ?
 17. În ce constă metoda de calcul a erorilor standard pentru pantă și termenul liber?
 18. Cu ce nivel de încredere se calculează aceste erori?
 19. Cum se calculează aceste erori pentru alte niveluri de încredere?
 20. Cum se scrie rezultatul fina?

Lucrarea de laborator 4c

Verificarea principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație, determinarea momentului de inerție al diferitor corpuri

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și a formulei pentru calculul

momentului de inerție al unui disc în raport cu axa fixă de rotație ce trece prin centrul lui de masă perpendicular discului, determinarea momentului de inerție al unui corp de formă neregulată.

Obiective: În urma efectuării acestei lucrări studenții trebuie să fie capabili:

- să definească noțiunea de corp absolut rigid;
- să definească mișcarea de rotație;
- să formuleze și să explice principiul fundamental al dinamicii mișcării de rotație, precum și noțiunile de moment al forței și moment de inerție;
- să deducă formula (7);
- să deducă și să explice modul de verificare experimentală a relațiilor (9), (11) și (12);
- cu ajutorul softului propus să verifice experimental relațiile (9), (11), (12), construind graficele dependențelor studiate și determinând momentele de inerție ale volantului I , discului I_d și corpului de formă neregulată I_c , precum și momentele forțelor de frecare (rezistență) M_{fr} în axă;
- cu ajutorul softului propus să calculeze erorile standard ale mărimilor I , I_d , I_c , precum și M_{fr} ;
- să tragă concluzii privind valabilitatea principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și privind valorile măsurate indirect ale momentelor de inerție și ale momentelor forțelor de frecare ce acționează în axa de rotație;
- cu ajutorul softului propus să perfecteze referatul la lucrarea de laborator.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 1 senzor, stativ cu volant fixat, disc omogen și corp de formă neregulată cu găuri ce trec prin centrele lor de masa, taler cu fir, mase identice, șubler.

De studiat: pp.28–40 și cap.4 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Corpul, părțile componente ale căruia nu-și modifică pozițiile reciproce când este supus acțiunilor externe se numește corp absolut rigid sau pur și simplu rigid.

Se numește mișcare de rotație a unui corp rigid mișcarea, în decursul căreia punctele lui descriu cercuri, centrele cărora se află pe o dreaptă numită axă de rotație.

Principiul fundamental al dinamicii mișcării de rotație poate fi formulat astfel:

Accelerația unghiulară ε a unui corp la rotația sa în jurul unei axe fixe este direct proporțională cu momentul resultant M al tuturor forțelor ce acționează asupra corpului în raport cu această axă și invers proporțională cu momentul de inerție I al corpului în raport cu aceeași axă:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}. \quad (4.1)$$

Această expresie este analoagă cu expresia principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație:

Accelerația \vec{a} a unui corp în mișcarea sa de translație este direct proporțională cu rezultanta \vec{F} a tuturor forțelor (cauza mișcării de translație) ce acționează asupra corpului, invers proporțională cu masa corpului m (măsura inerției corpului la mișcarea de translație) și este orientată de-a lungul rezultantei \vec{F} :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (4.2)$$

Astfel, se poate spune că în cazul mișcării de rotație mărimea analoagă accelerației \vec{a} la mișcarea de translație este accelerația unghiulară ε , mărimea analoagă forței \vec{F} este momentul forței M (cauza mișcării de rotație), iar mărimea analoagă masei este

momentul de inerție (măsura inerției corpului la mișcarea de rotație). Momentul unei forțe \vec{F} față de o axă fixă de rotație reprezintă produsul dintre modulul acestei forțe F și brațul ei r_{\perp} (fig. 4.1):

$$M = F \cdot r_{\perp} \quad (4.3)$$

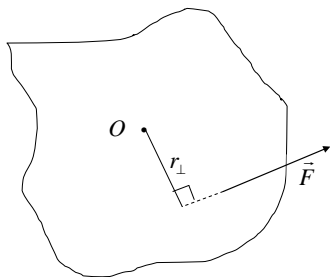


Fig. 4.1

Momentul de inerție al unui punct material de masă m reprezintă produsul dintre masa lui și pătratul distanței r până la axa de rotație:

$$I = mr^2. \quad (4.4)$$

Momentul de inerție al unui sistem din N puncte materiale reprezintă suma produselor maselor tuturor punctelor materiale m_i cu pătratele distanțelor lor r_i până la axa de rotație:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (4.5)$$

În cazul când sistemul reprezintă un corp rigid se poate considera că masa lui este distribuită continuu pe tot volumul corpului. În acest caz, formula (4.5) devine:

$$I = \int_{(V)} r^2 dm, \quad (4.6)$$

unde dm este masa unui element de volum, iar r este distanța acestuia până la axa de rotație, V fiind volumul corpului. Formula (4.6) permite calcularea momentelor de inerție ale diferitor corpuri de formă regulată. Astfel, pentru momentul de inerție al unui disc omogen de masă m și rază R în raport cu axa ce trece prin centrul lui de masă perpendicular pe planul discului, se obține formula

$$I = \frac{mR^2}{2}. \quad (4.7)$$

Această formulă este valabilă și pentru un cilindru omogen în raport cu aceeași axă.

Pentru verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație vom utiliza un volant fixat pe un stativ. Pe axa fixă a volantului OO (fig. 4.2) este fixată o roată de curea de rază r pe care poate fi înfășurată un fir de capătul căruia este suspendat un taler ușor de masă m_t în care se pot plasa un număr n de mase mici identice m_0 , astfel încât masa talerului încărcat este $m = m_t + nm_0$. Firul, fiind înfășurat pe roata de curea, ridică talerul la o oarecare înălțime. Dacă volantul este eliberat, atunci talerul începe să coboare, desfășurând firul și punând în mișcare de rotație volantul cu o anumită accelerație unghiulară ε . Această accelerație, conform principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație (4.1), trebuie să fie direct proporțională cu momentul resultant al tuturor forțelor ce acționează asupra volantului: $M = mgr - M_{fr}$, unde M_{fr} este momentul forțelor de frecare (rezistență) ce acționează în axa volantului. Momentul de inerție al sistemului $I + mr^2$, unde mr^2 este momentul de inerție al talerului în raport cu axa volantului OO , iar I este momentul de inerție al volantului împreună cu roata de curea. Substituind expresiile pentru momentul forțelor și momentul de inerție în (4.1), obținem:

$$\varepsilon = \frac{mgr - M_{fr}}{I + mr^2}. \quad (4.8)$$

Axa de rotație a volantului este fixată pe rulmenți. De aceea masa corpului suspendat ce pune în mișcare volantul este atât de mică, încât $mr^2 \ll I$. Neglijând mr^2 în comparație cu I , obținem: $mgr - M_{fr} = I\varepsilon$, sau

$$(m_t + nm_0)gr = I\varepsilon_n + M_{fr}, \quad (4.9)$$

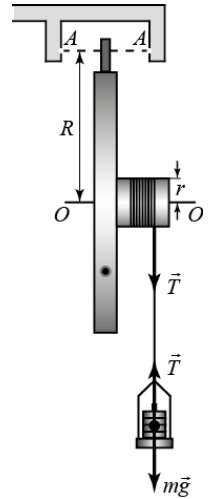


Fig. 4.2

unde ε_n este accelerația unghiulară a volantului atunci când pe taler se află $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ corpuri cu mase identice. Vom determina accelerațiile unghiulare din relația de definiție: $\varepsilon = (\omega - \omega_0)/t$, adică

$$\omega - \omega_0 = \varepsilon_n t, \quad (4.10)$$

unde ω_0 este viteza unghiulară a volantului la momentul începerii cronometrării timpului, ω – la momentul t , iar ε_n este accelerația unghiulară a volantului atunci când pe taler sunt plasate $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ corpuri cu mase identice. Relația (4.10) reprezintă o funcție liniară de forma $Y_n = p_n X + b_n$, unde $Y_n = \omega - \omega_0$, $X = t$, $p_n = \varepsilon_n$, iar b_n se ia diferit de zero pentru a avea posibilitatea depistării și eliminării influenței unei eventuale erori sistematice asupra pantei acestei drepte $p_n = \varepsilon_n$. Construirea graficului acestei dependențe liniare presupune determinarea vitezelor unghiulare ω și ω_0 la momentele de timp t , și respectiv, $t = t_0$, unde t_0 este momentul inițial de timp. În experiență timpul se măsoară cu ajutorul unui cronometru electronic cu un singur senzor (fig. 4.2). Cronometrul măsoară un șir de intervale de timp $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, \dots$. Intervalele impare corespund intervalelor de timp în care fascicolul AA al senzorului (fig. 4.2) este acoperit pe rând de către cele 3 obturatoare identice fixate radial pe volant (fig. 4.3). Intervalele pare sunt intervalele în care fascicolul este descoperit. La fiecare rotație a volantului există 3 intervale impare și 3 pare. Intervalele impare permit determinarea vitezei liniare a punctelor obturatorilor situate la distanța R de la axa de rotație (fig. 4.3), pe unde trece fascicolul senzorului. Viteza liniară a mijlocului obturatorului se va aproxima

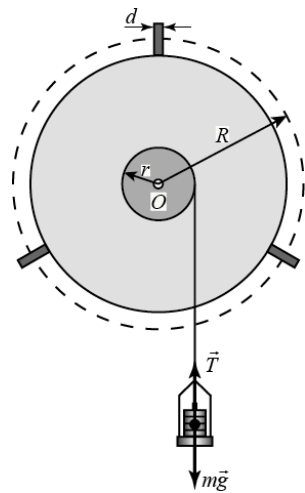


Fig. 4.3

cu viteza medie pe distanța d , de exemplu $v_1 = d/t_1$, $v_3 = d/t_3$, $v_5 = d/t_5$ și așa mai departe. Pe de altă parte, la mișcarea uniform accelerată viteza medie pe o oarecare distanță coincide cu viteza instantanee la mijlocul intervalului de timp considerat, adică $v_1 = d/t_1$ este viteza instantanee la momentul de timp $t_0 = t_1/2$. Această observație se referă și la celelalte viteze medii. Astfel, originea de măsurare a timpului trebuie luată la momentul $t_0 = t_1/2$. Cunoscând vitezele instantanee pot fi determinate și vitezele unghiulare: la momentul de timp $t_0 = t_1/2$: $\omega_0 = d/(Rt_1)$, la momentul $t_1/2 + t_2 + t_3/2$: $\omega_1 = d/(Rt_3)$, la momentul $t_1/2 + t_2 + t_3/2 + t_3/2 + t_4 + t_5/2 = t_1/2 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5/2$: $\omega_2 = d/(Rt_5)$ și așa mai departe, la momentul de timp $t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{2k} + t_{2k+1}/2$: $\omega_k = d/(Rt_{2k+1})$. Numărul k depinde de numărul de rotații selectat pentru măsurări. Acest număr nu poate fi prea mare, întrucât cronometrul nu poate măsura decât 99 intervale consecutive de timp. Pe de altă parte, acest număr trebuie să aibă astfel de valori, încât vitezele liniare ale punctelor obturatoarelor să nu fie prea mari, adică intervalele impare de timp să nu fie prea mici, întrucât în acest caz se vor comite erori mari la măsurarea acestora.

Efectuând pentru fiecare valoare $n = 0,1,2,3,\dots$ câte una sau câteva serii de măsurări, putem construi câte unul sau câteva grafice ale dependenței (4.10) (fig. 4.4) și determina câte una sau câteva valori ale accelerației unghiulare, care reprezintă pantele acestor drepte: $p_n = \varepsilon_n$. Dacă se construiesc câteva grafice și se determină câteva valori ale accelerației unghiulare, atunci se determină valoarea medie a acestei accelerații. Astfel, se pot obține $n \geq 5$ valori ale accelerației

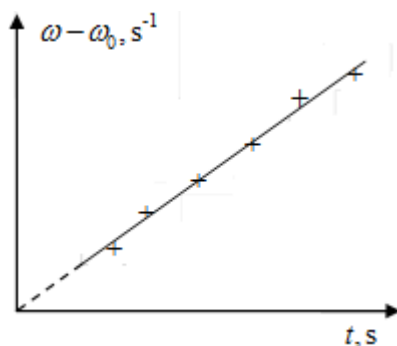


Fig. 4.4

unghiulare ce corespund numerelor $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ de corpuri cu mase identice puse pe talerul suspendat.

Acum se poate construi graficul dependenței (4.9), adică a dependenței mărimii $(m_t + nm_0)gr$ de accelerația unghiulară ε_n (fig. 4.5). Această dependență este, de asemenea, de forma $Y = p_0X + b_0$, unde $Y = (m_t + nm_0)gr$, $X = \varepsilon_n$, $p_0 = I$, iar $b_0 = M_{fr}$. Chiar dacă graficul dependenței (4.9) reprezintă un segment

de dreaptă, încă nu se poate trage concluzia definitivă privind valabilitatea principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație. Mai este nevoie de încă o condiție, și anume, panta acestei drepte trebuie să coincidă cu valoarea teoretică a momentului de inerție a volantului. Cum însă volantul are o formă destul de complicată, calculele momentului de inerție al acestuia sunt destul de dificile. Totuși, această verificare se poate realiza. Pentru aceasta, pe axa volantului se

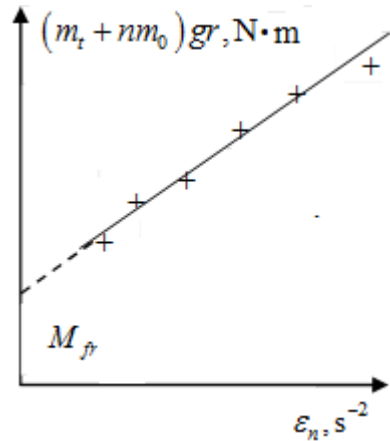


Fig. 4.5

instalează un disc omogen de masă m_d și rază R_d , astfel încât axa de rotație să treacă prin centrul de masă al discului și se repetă întreaga experiență. Experiența poate începe cu un corp de masă mai mare a talerului, dacă talerul fără corpuri adăugate nu poate pune în mișcare sistemul. Aceasta se poate face adăugând pe taler un corp de o masă potrivită, care apoi va intra în masa talerului m_t .

Relația (4.9) în acest caz căpătă aspectul:

$$(m_t + nm_0)gr = (I + I_d)\varepsilon_n + M_{fr}. \quad (4.11)$$

Această dependență este de forma $Y = pX + b$, unde $Y = (m_t + nm_0)gr$, $X = \varepsilon_n$, $p = I + I_d$, iar $b = M_{fr}$. Construind graficul acestei dependențe (fig. 4.5) și calculând panta dreptei,

determinăm momentul de inerție al discului adăugat: $I_d = p - p_0$. Această valoare experimentală a momentului de inerție poate fi comparată cu valoarea teoretică $I_d = m_d R_d^2 / 2$ (4.7) și se pot trage concluzii definitive privind valabilitatea principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație.

În fine, fixăm pe axa volantului un corp de formă neregulată, momentul de inerție al căruia este dificil de calculat, și determinăm momentul de inerție al acestuia urmând aceeași metodă care s-a folosit la determinarea momentului de inerție al discului. Aici se va ține seama de faptul că axa de rotație trebuie să treacă prin centrul lui de masă, pentru ca rotația sistemului pe parcursul experienței să fie stabilă. În acest caz, ecuația (4.11) se va scrie sub forma:

$$(m_t + nm_0) gr = (I + I_c) \varepsilon_n + M_{fr}, \quad (4.12)$$

unde I_c reprezintă momentul de inerție a corpului de formă neregulată în raport cu axa ce trece prin centrul lui de masă. Și în acest caz, experiența poate începe de la o masă mai mare a talerului, adăugând pe el un corp de masă potrivită, care apoi va intra în masa talerului m_t . Dependența (4.12), de asemenea, este de forma $Y = p_c X + b_c$, unde $Y = (m_t + nm_0) gr$, $X = \varepsilon_n$, $p_c = I + I_c$, iar $b_c = M_{fr}$. Momentul de inerție al corpului de formă neregulată va fi:

$$I_c = p_c - I = p_c - p_0. \quad (4.13)$$

Softul aplicat la efectuarea lucrării utilizează metoda celor mai mici pătrate la trasarea dreptelor (4.10), (4.9), (4.11) și (4.12), precum și la calculul pantelor lor și a termenilor liberi corespunzători. Cu ajutorul aceleiași metodă se calculează și erorile standard ale acestor pante: $\Delta p_n = \Delta \varepsilon_n$, $\Delta p_0 = \Delta I$, $\Delta p = \Delta I_d$, precum și ale termenilor liberi: Δb_n , $\Delta b_0 = \Delta M_{fr}$, $\Delta b = \Delta M_{fr}$, $\Delta b_c = \Delta M_{fr}$. Dacă $\Delta b_n \geq b_n$, atunci se poate trage concluzia că, în limitele erorilor întâmplătoare comise în experiment, dreapta trece

prin originea de coordonate după cum o cere dependența teoretică (4.10). Dacă $\Delta b_n < b_n$, atunci dreapta nu trece prin origine. Aceasta, însă, nu înseamnă că relația (4.10) nu este valabilă. Ea este valabilă, numai că în experiență se comite o eroare sistematică la măsurarea timpului. Ea poate fi determinată din relația $\varepsilon_n \delta t + b_n = 0$: $\delta t = -b_n / p_n$. Această eroare poate apărea din mai multe cauze. Una dintre ele este inerția sistemului. Dacă ε_n s-ar calcula direct din formula (4.10), atunci eroarea sistematică ar influența valoarea accelerației unghiulare. Însă metoda grafică permite excluderea influenței acestei erori asupra valorii accelerației unghiulare ε_n .

Fișa de lucru

1. Determinați prin cântărire masa talerului m_t . Verificați dacă talerul suspendat fără corpuri adiționale pune volantul în mișcare de rotație. În caz contrar adăugați un corp de masă potrivită pe taler, astfel încât volantul să efectueze o mișcare de rotație cu o accelerație nu prea mare. Includeți masa corpului adăugat în m_t .
2. Selectați un număr anumit de serii de măsurări $n \geq 5$ și stabiliți dacă masa adițională nm_0 plasată pe taler rotește volantul cu accelerații nu prea mari. În caz contrar selectați alt corp de masă m_0 pentru efectuarea experienței.
3. Accesați programul pentru efectuarea lucrării de laborator și introduceți numărul de serii, numărul de subserii, numărul de rotații, valoarea accelerației gravitaționale, masa talerului, masa m_0 , raza r a roții de curea pe care se înfășoară firul, distanța R de la axa de rotație până la punctele obturatorului ce intersectează fascicolul senzorului, diametrul obturatorului d , care pe parcursul efectuării întregii experiențe nu vor varia. Declanșați cronometrul electronic.

4. Înfașurați firul ridicând talerul fără corpurile de masă m_0 , dar eventual cu un corp adăugat, accesați butonul „**Start**”, eliberați volantul și măsurați numărul selectat de intervale de timp.
5. Dacă talerul a coborât în condiții satisfăcătoare, accesați butonul „**Citirea datelor**”, achiziționând în calculator intervalele de timp măsurate, construiți graficul dependenței (4.10) și calculați panta ei, adică accelerația unghiulară a volantului, eroarea standard a acesteia $\Delta \varepsilon_n$ și a termenului liber Δb_n . Verificați dacă $\Delta b_n \geq b_n$.
6. Accesați butonul „**Următoarea măsurare**”, repetați indicațiile de la p. 5 după numărul de subserii selectat, calculați valoarea medie a accelerației unghiulare și a valorilor medii ale erorilor standard;
7. Adaugați pe taler un corp cu masa m_0 și repetați indicațiile de la pp. 4, 5 și 6.
8. Repetați indicațiile de la p. 7 și pentru celelalte serii prevăzute.
9. Accesați ultima dată butonul „**Următoarea măsurare**” și butonul „**Continuare**”, deschideți fereastra „**Prelucrarea datelor experimentale**”, analizați tabelul valorilor medii ale mărimilor calculate.
10. Accesați butonul „**Procesarea datelor**”, unde se construiește graficul dependenței (4.9), se calculează panta dreptei $p_0 = I$ și valoarea termenului liber $b_0 = M_{fr}$.
11. Accesați butonul „**Calculul erorilor**”, unde se calculează erorile standard ale momentului de inerție a volantului $\Delta I = \Delta p_0$ și a momentului forțelor de frecare din axa volantului $\Delta M_{fr} = \Delta b_0$.
12. Scrieți rezultatul final pentru mărimile determinate.
13. Accesați butonul „**Concluzii**”, deschideți fereastra „**Concluzii**” și formulați-le.
14. Analogic verificați și relațiile (4.11) și (4.12), determinați momentele de inerție a discului și a corpului de dimensiuni neregulate. Trageți concluziile finale.

Întrebări de control

1. Definiți noțiunea de corp absolut rigid.
2. Definiți mișcarea de rotație.
3. Definiți noțiunea de moment al forței.
4. Definiți noțiunea de moment de inerție.
5. Formulați principiul fundamental al dinamicii mișcării de rotație și explicați analogia dintre acesta și principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație.
6. Explicați formula (4.6) și deduceți relația (4.7).
7. Explicați principiul de funcționare a montajului destinat verificării experimentale a principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație.
8. Când se poate neglija momentul de inerție a talerului suspendat mr^2 în comparație cu momentul de inerție a volantului I ?
9. Explicați relația (4.9).
10. Ce se măsoară într-o serie de măsurări?
11. Cum se determină viteza unghiulară a volantului la diferite momente de timp?
12. Explicați cum se determină accelerația unghiulară a volantului într-o serie de măsurări.
13. Câte serii și câte subserii de măsurări se realizează și de ce?
14. Cum se determină momentul de inerție a volantului?
15. Cum se determină momentul forțelor de frecare (de rezistență) ce acționează în axa volantului?
16. Cum se determină momentul de inerție a discului omogen?
17. Când se poate afirma că principiul fundamental al dinamicii mișcării de rotație este verificat?
18. Cum se determină momentul de inerție al unui corp neregulat?
19. Cum se calculează erorile standard ale momentelor de inerție și ale termenilor liberi?
20. Când se poate considera ca dreapta trasată trece prin originea de coordonate?

21. Cum se determină eroarea sistematică la măsurarea timpului și cum se elimină influența ei asupra valorii accelerației unghiulare?
22. Cum se determină eroarea la determinarea momentelor de inerție pentru diferite niveluri de încredere?
23. Cum se scriu rezultatele finale?

Lucrarea de laborator 5c

Verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și a teoremei despre mișcarea centrului de masă

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație și a teoremei despre mișcarea centrului de masă la rostogolirea unei bile pe planul înclinat. Determinarea forței de frecare de rostogolire.

Obiective: În urma efectuării acestei lucrări studenții vor fi capabili:

- să definească mișcarea de rotație, momentul de inerție;
- să deducă formula pentru momentul de inerție a unei bile în raport cu axa ce coincide cu unul din diametrele sale;
- să formuleze și să explice legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație și teorema despre mișcarea centrului de masă;
- să deducă formulele (5.5), (5.6) și (5.10) și să le explice;
- să obțină experimental graficul dependenței mărimii $Y = a = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}$ de mărimea $X = \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}$, să demonstreze că el reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = g$;
- să construiască la calculator graficul dependenței forței de frecare la rostogolire $F_\tau = 2mR^2 / [5(R^2 - e^2)] a$ de accelerația ei;

- să estimeze erorile standard ale pantelor dreptelor și ale termenilor liberi;
- să tragă concluzii privind veridicitatea legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație și a teoremei despre mișcarea centrului de masă.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 2 senzori, stativ, mufe, bară scurtă, plan înclinat cu uluc director, bilă, șubler, riglă.

De studiat: pp.40–50, cap.2 și cap.4 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Asupra bilei ce se rostogolește pe planul înclinat, acționează forța de greutate $m\vec{g}$ aplicată în centrul ei de masă C , forța de reacțiune normală \vec{N} , care trece prin C și forța de frecare la rostogolire \vec{F}_r , orientată tangent la planul înclinat și aplicată punctelor ce se află pe axa instantanee de rotație, orientată perpendicular planului înclinat în punctul A (fig. 5.1) (axa AA în fig. 5.2, în care este prezentată secțiunea transversală a bilei și a ulucului). Bila se rostogolește de-a lungul ulucului director. De aceea axa de rotație a bilei nu este tangentă la suprafața bilei ci trece la distanța $AC = r$ de la centrul ei de masă C (fig. 5.1).

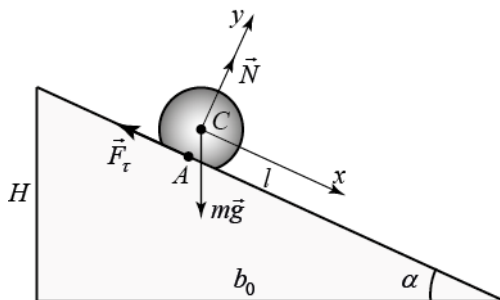


Fig. 5.1

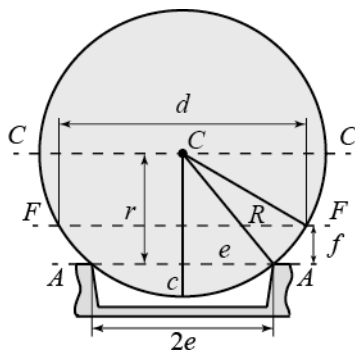


Fig. 5.2

Bila participă simultan în două mișcări: una de rotație în jurul axei mobile CC (fig. 5.2), care trece prin centrul ei de masă C perpendicular planului înclinat (fig. 5.1), și alta de translație cu viteza \vec{v}_C a centrului de masă C , orientată paralel planului înclinat.

Axa mobilă de rotație CC efectuează o mișcare de translație, adică această axă în procesul mișcării rămâne paralelă cu poziția ei inițială. În acest caz legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație se aplică ca și în cazul rotației în jurul unei axe fixe: **Produsul dintre momentul de inerție I_C** (măsura inerției corpului la mișcarea de rotație – mărime analoagă masei m la mișcarea de translație) **și accelerația unghiulară $\varepsilon = d\omega/dt$** (mărime analoagă accelerației \vec{a} la mișcarea de translație) **este egal cu momentul resultant M_C al tuturor forțelor ce acționează asupra corpului în raport cu axa de rotație** (analogul forței \vec{F} la mișcarea de translație):

$$I_C \frac{d\omega}{dt} = M_C, \quad (5.1)$$

unde M_C este momentul tuturor forțelor exterioare în raport cu axa CC , $I_C = (2/5)mR^2$ este momentul de inerție al bilei în raport cu axa CC , ω este viteza unghiulară a punctelor bilei față de axa CC , iar $d\omega/dt = \varepsilon$ este accelerația unghiulară a bilei în raport cu aceeași axă, R este raza bilei, iar m este masa ei. M_C se reduce la momentul forței de frecare la rostogolire, întrucât forțele de reacțiune normală \vec{N} și de greutate $m\vec{g}$ trec prin axa de rotație CC (fig. 5.1) și, neavând braț, nu au nici moment (produsul dintre forță și brațul ei – distanța de la axa de rotație până la linia de acțiune a forței (fig. 5.1) se numește **moment al forței**). Brațul forței de frecare la rostogolire \vec{F}_r (fig. 5.1) este r . De aceea, $M_C = rF_r$ și expresia (5.1) pentru ecuația legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație pentru bila ce se rostogolește pe planul înclinat capătă aspectul

$$\frac{2}{5}mR^2\varepsilon = rF_\tau. \quad (5.2)$$

După cum se știe, **centrul de masă C al unui sistem de puncte materiale se mișcă tot așa precum un punct material cu masa egală cu cea a sistemului sub acțiunea unei forțe egale cu rezultanta tuturor forțelor exterioare ce acționează asupra tuturor punctelor materiale ale sistemului:**

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext}. \quad (5.3)$$

Aceasta este teorema despre mișcarea centrului de masă a unui corp sau al unui sistem de puncte materiale. Ecuația (5.3) poate fi scrisă și pentru bilă în proiecții pe axa x a sistemului de coordonate selectat (*fig. 5.1*):

$$ma = mg \sin \alpha - F_\tau. \quad (5.4)$$

Observăm că întrucât $a = dv/dt = r d\omega/dt = r\varepsilon$, avem $\varepsilon = a/r$. Substituind această expresie în (5.4) și ținând seama de (5.2), precum și observând că $\sin \alpha = H/l = H/\sqrt{H^2 + b_0^2}$ (*fig. 5.1*), pentru accelerația bilei și forța de frecare la rostogolire obținem relațiile:

$$a = g \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \sin \alpha = g \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}, \quad (5.5)$$

$$F_\tau = g \frac{2mR^2}{7R^2 - 5e^2} \sin \alpha = g \frac{2mR^2}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}. \quad (5.6)$$

În aceste relații am înlocuit $l = \sqrt{H^2 + b_0^2}$, întrucât în experiment lungimea planului înclinat l se măsoară cu unele dificultăți, iar baza planului înclinat b_0 este o constantă a instalației de măsurare: $b_0 = 0,4 \text{ m}$, rămânând de măsurat direct în fiecare serie numai înălțimea planului H (*fig. 5.1*).

Relațiile (5.5) și (5.6) sunt niște consecințe ale principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și a teoremei despre mișcarea centrului de masă a unui sistem de puncte materiale. Confirmarea experimentală cel puțin a uneia din aceste relații ar confirma indirect legile enunțate, precum și cealaltă relație. Experimental se poate verifica ușor relația (5.5) schimbând unghiul de înclinare α al planului față de orizontală (a înălțimii H a planului) și determinând accelerația din relația de definiție pentru fiecare valoare a unghiului de înclinare a planului (vezi lucrarea de laborator 2c):

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}. \quad (5.7)$$

În (5.7) am ținut seama de faptul că la mișcarea uniform accelerată, cum este rostogolirea fără alunecare a bilei pe planul înclinat, viteza medie pe durata unui interval anumit de timp coincide cu viteza instantanee a corpului în mijlocul acestui interval. Aici t_1 (t_3) este intervalul de timp în care bila, ce servește și în calitate de obturator, întretaie fascicolul senzorului aflat mai sus (mai jos) pe planul înclinat, t_2 este intervalul de timp ce durează de la descoperirea de către bilă a fascicolului senzorului aflat mai sus pe plan și începutul acoperirii fascicolului senzorului aflat mai jos pe plan, d este diametrul secțiunii bilei ce acoperă fascicolul senzorului. Această mărime se măsoară indirect cunoscând raza bilei R (se măsoară diametrul bilei $2R$ cu șublerul), lățimea ulucului $2e$ (se măsoară cu șublerul) și distanța f de la marginea senzorului până la fascicolul senzorului: $f = 6$ mm. Într-adevăr, din *figura 5.2* se observă:

$$\begin{cases} (d/2)^2 + (R - f - c)^2 = R^2, \\ R^2 = (R - c)^2 + e^2. \end{cases} \quad (5.8)$$

De aici se obține

$$d = 2\sqrt{e^2 - f^2 + 2f\sqrt{R^2 - e^2}}. \quad (5.9)$$

Această formulă va putea fi utilizată la determinarea accelerației bilei numai dacă vom asigura în experiment valoarea distanței de la plan până la fascicolul senzorului $f = 6$ mm. Această distanță se asigură lipind marginile brațelor senzorului de plan perpendicular pe el.

Astfel, relația (5.5) exprimată prin mărimi direct măsurabile capătă aspectul:

$$\frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2} = g \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}. \quad (5.10)$$

Relația (5.10) reprezintă o dependență liniară de forma $Y = pX + b$, unde $Y = a = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}$, $X = \frac{5(R^2 - e^2)}{7R^2 - 5e^2} \cdot \frac{H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}$ și

$p = g$. Pentru a putea depista o eventuală eroare sistematică ce ar putea să se comită în experiment vom considera $b \neq 0$. În cazul când erori sistematice la determinarea mărimii Y nu se comit trebuie să aibă loc relația $b \leq \Delta b$, adică în limitele erorilor comise în experiment dreapta (5.10) trece prin originea de coordonate. Dacă graficul dependenței (5.10), construit după n puncte experimentale obținute în urma efectuării a $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 7$ măsurări indirecte ale accelerației bilei reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = g$, atunci se poate trage concluzia că legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație și teorema despre mișcarea centrului de masă al unui corp sau al unui sistem de puncte materiale, precum și expresia (5.6) pentru forța de frecare la rostogolire în limitele anumitor erori întâmplătoare comise în experiment, sunt juste. Eroarea comisă la determinarea pantei $p = g$ poate fi considerată ca și eroarea de verificare experimentală a legilor amintite în condițiile experimentului concret. Fiecare din cele $n \geq 5$ serii de măsurări se efectuează pentru un anumit unghi de înclinare a planului față de orizontală. Să clarificăm în ce limite poate varia acest unghi. Relațiile (5.5) și (5.6) sunt valabile la rostogolirea fără alunecare a bilei. Deci,

trebuie să admitem astfel de unghiuri de înclinare pentru care bila nu ar aluneca în procesul rostogolirii. Din (5.6) se observă că forța de frecare la rostogolire este o mărime ce crește odată cu mărirea unghiului de înclinare α a planului și ar putea exista astfel de unghiuri pentru care forța de frecare la rostogolire ar deveni egală cu forța de frecare la alunecare $F_{fr} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, unde b_0 este baza planului înclinat, iar μ este coeficientul de frecare la alunecare (a oțelului pe o suprafață de aluminiu). Pentru ca rostogolirea bilei să nu fie însoțită și de alunecarea ei este nevoie ca $F_\tau < F_{fr}$, adică $2g mR^2 / (7R^2 - 5e^2) \sin \alpha < \mu mg \cos \alpha$. De aici se obține

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{\mu(7R^2 - 5e^2)}{2R^2} = \operatorname{tg} \alpha_{\max}. \quad (5.11)$$

Considerând $\mu = 0,2$, $2e = 5$ mm, $2R = 25$ mm, obținem $\operatorname{tg} \alpha < 0,68$, adică $\alpha < 34^\circ$. Cum $\operatorname{tg} \alpha = H/b_0$, pentru înălțimea de utilizat a planului rezultă valoarea $H < b_0 \operatorname{tg} \alpha_{\max} = H_{\max}$, adică

$$H < \frac{\mu b_0 (7R^2 - 5e^2)}{2R^2}. \text{ Cu datele precedente și } b_0 = 0,4 \text{ m se obține}$$

$H < 0,272$ m. Pentru astfel de valori ale înălțimii planului se poate construi graficul dependenței forței de frecare la rostogolire în funcție de înălțimea planului (5.6). Această dependență este similară dependenței accelerației a de înălțimea H . De aceea, forța de frecare la rostogolire se poate exprima prin accelerația a :

$$F_\tau = \frac{2mR^2}{5(R^2 - e^2)} a. \quad (5.12)$$

Astfel, forța de frecare la rostogolire este o funcție liniară de accelerația mișcării de translație a bilei. Pe de altă parte, forța de frecare la rostogolire se măsoară indirect cu ajutorul relației (5.6). Deci, se poate construi graficul dependenței (5.12) care, de asemenea, este o funcție liniară de forma $Y_\tau = p_\tau X_\tau + b_\tau$, unde

$Y_\tau = F_\tau$, $X_\tau = a = \frac{d/t_3 - d/t_1}{t_1/2 + t_2 + t_3/2}$, iar panta dreptei p_τ , calculată

prin metoda celor mai mici pătrate, în limitele erorilor comise în experiment, trebuie să coincidă cu valoarea teoretică:

$$p_\tau = \frac{2mR^2}{5(R^2 - e^2)}. \text{ Relația teoretică (5.12) indică lipsa termenului}$$

liber în ecuația dreptei, dar pentru a depista o eventuală eroare sistematică și a elimina influența acesteia la determinarea pantei p_τ , se va considera $b_\tau \neq 0$. Fiind confirmată experimental relația (5.12), se poate calcula forța de frecare la rostogolire cu ajutorul formulei (5.6), având și o estimare a erorii standard ce se comite la determinarea acesteia (ea coincide cu eroarea standard Δb_τ).

Dacă dreapta (5.10) se construiește la calculator folosind rezultatele a $n \geq 5$ serii din câte $N \geq 7$ măsurări a intervalelor de timp t_1 , t_2 și t_3 , atunci panta dreptei $p = g$ și eroarea ei standard $\Delta p = \Delta g$ se vor calcula aplicând metoda celor mai mici pătrate. Termenul liber din ecuația $Y = pX + b$ în limitele erorilor comise în experiment trebuie să se anuleze, adică $b \leq \Delta b$, unde Δb este eroarea standard a parametrului b . Satisfacerea relației $b \leq \Delta b$ subliniază faptul că în limitele acestor erori dreapta construită trece prin originea de coordonate după cum o cere dependența teoretică (5.10).

Utilizând, de asemenea, metoda celor mai mici pătrate, se va construi dreapta $Y_\tau = p_\tau X_\tau + b_\tau$ și se va calcula panta ei p_τ și erorile standard Δp_τ și Δb_τ . Ca și în cazul precedent, trebuie să se îndeplinească relația $b_\tau \leq \Delta b_\tau$.

Fișa de lucru

1. Fixați planul înclinat pe stativ sub un unghi mic α față de orizontală, astfel încât să se poată selecta cel puțin $n \geq 5$ valori ale acestuia ce satisfac relația (5.11).

2. Fixați bara senzorilor paralel cu planul, iar pe ea doi senzori ce trebuie să se sprijine de plan cu toată suprafața lor.
3. Accesați programul pentru efectuarea lucrării de laborator, selectați numărul de serii $n \geq 5$ și numărul de măsurări $N \geq 7$, măsurati cu șublerul diametrul bilei $2R$, lățimea ulucului $2e$, $f = 6\text{ mm}$, lungimea l , înălțimea H și baza b_0 ale planului înclinat, introduceți în calculator aceste date și modul lor de variație la trecerea de la o serie de măsurări la alta. Verificați dacă $H < H_{\max}$.
4. Stabiliți bila în vârful planului, accesați butonul „**Start**” și eliberați bila. Dacă mișcarea bilei a avut loc în condiții satisfăcătoare, accesați butonul „**Citirea intervalelor**” și transferați în calculator aceste intervale.
5. Repetați indicațiile de la p. 4 încă de $N - 1$ ori.
6. Accesați butonul „**Continuare**” și obțineți valorile medii ale accelerației, mărimii X , precum și a forței de frecare la rostogolire pentru înălțimea H selectată a planului înclinat, ambele necesare pentru construirea graficelor dependențelor (5.10) și (5.12).
7. Măriți puțin înălțimea planului înclinat, introduceți noile valori ale mărimilor l , H și b_0 . Fixați din nou bara directoare și senzorii ca în p. 2 și efectuați următoarea serie de măsurări.
8. Repetați indicațiile de la pp. 4, 5, 6 și 7 încă de $n - 2$ ori.
9. După terminarea seriilor de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Procesarea datelor experimentale**”, unde analizați tabelul valorilor medii ale mărimilor Y , X și F_r .
10. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Procesarea datelor experimentale**” și obțineți graficele dependențelor (5.10) și (5.12), precum și valorile pantelor dreptelor ce reprezintă aceste dependențe.
11. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul erorilor**” și obțineți erorile standard și erorile relative ale pantelor și termenilor liberi.

12. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Concluzii**” și formulați concluziile.
13. Accesați butonul „**Continuare**” și astfel activați butonul „**Referat**”. Accesându-l, inițiați programul de perfectare și salvare a referatului la lucrarea efectuată. Salvați referatul;
14. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea lucrării de laborator.

Întrebări de control

1. Definiți mișcarea de rotație.
2. Definiți noțiunea de moment al forței.
3. Definiți noțiunea de moment de inerție.
4. Formulați principiul fundamental al dinamicii mișcării de rotație și explicați analogia dintre acesta și principiul fundamental al dinamicii mișcării de translație.
5. Formulați teorema despre mișcarea centrului de masă a unui corp sau al unui sistem de puncte materiale.
6. Deduceți formula pentru momentul de inerție a unei bile omogene față de axa ce coincide cu unul din diametrele ei.
7. Deduceți relațiile (5.5) și (5.6).
8. Cum se determină accelerația bilei?
9. Explicați pentru ce valori a grosimii obturatorului este valabilă formula (5.7).
10. Cum se determină diametrul secțiunii bilei ce întretaie fasciculul senzorului.
11. Cum trebuie de fixat senzorii în timpul măsurărilor și de ce?
12. De ce în formula (5.10) termenul liber se consideră $b \neq 0$?
13. Când se poate considera că dreapta (5.10) trece prin originea de coordonate?
14. Când se poate trage concluzia că legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație și teorema despre mișcarea centrului de masă a unui corp, precum și expresia (5.6) pentru forța de frecare la rostogolire sunt juste în condițiile experimentului?
15. În ce condiții este valabilă formula (5.10)?

16. Pentru ce unghiuri de înclinare a planului este valabilă formula (5.10)?
17. În ce constă metoda de calcul a pantelor dreptelor (5.10) și (5.12) și a termenilor liberi ale acestora?
18. Cum se calculează erorile standard ale pantelor și termenilor liberi?
19. Cum se calculează erorile comise pentru diferite niveluri de încredere?
20. Cum se scrie rezultatul final?

Lucrarea de laborator 6c

Verificarea legii conservării energiei mecanice la rostogolirea unei bile pe planul înclinat

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a legii conservării energiei mecanice la rostogolirea unei bile pe planul înclinat.

Obiective: În urma efectuării acestei lucrări studenții vor fi capabili:

- să definească mișcarea de rotație, momentul de inerție;
- să deducă formulele pentru momentul de inerție a unei bile și pentru energia cinetică a unui corp ce efectuează o mișcare de rotație;
- să obțină experimental graficul dependenței mărimii

$$Y = \frac{(7R^2 - 5b^2)}{10(R^2 - b^2)} \left(\frac{d^2}{t_3^2} - \frac{d^2}{t_1^2} \right) \text{ de mărimea } X = \frac{(x_2 - x_1)H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}} \text{ și să}$$

demonstreze că ea reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = g$;

- să estimeze erorile standard comise;
- să tragă concluzii privind veridicitatea legii conservării energiei mecanice la rostogolirea unei bile pe planul înclinat.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 2

senzori, stativ, mufe, bară scurtă, plan înclinat cu uluc director, bilă, șubler, riglă.

De studiat: pp.50–59 și cap.5 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Aplicând legea conservării energiei la rostogolirea bilei trebuie să ținem seama de faptul că bila ia parte la două mișcări: una de translație cu viteza v_C a centrului de masă C al bilei și alta de rotație față de axa ce trece prin centrul de masă C perpendicular panoului (fig. 6.1). De aceea, legea conservării energiei mecanice la rostogolirea bilei pe planul înclinat în sistemul de referință inerțial legat cu pământul are aspectul

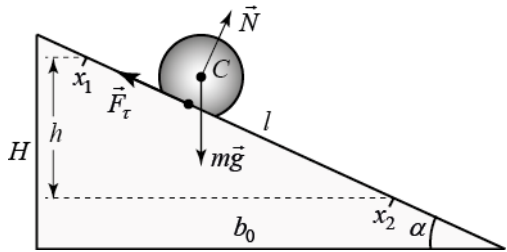


Fig. 6.1

$$mgh + \frac{mv_{1C}^2}{2} + \frac{I_C \omega_1^2}{2} = \frac{mv_{2C}^2}{2} + \frac{I_C \omega_2^2}{2}. \quad (6.1)$$

Aici se consideră că bila cu masa m este eliberată din vârful planului, astfel încât în poziția x_1 ea are viteza v_{1C} și deja posedă energia cinetică $E_{c1} = mv_{1C}^2/2 + I_C \omega_1^2/2$, dar și potențială $E_p = mgh$, unde h este înălțimea poziției x_1 față de x_2 , I_C este momentul de inerție al bilei în raport cu axa ce trece prin centrul ei de masă C , iar ω_1 este viteza unghiulară a bilei poziția x_1 . Energia potențială în poziția x_2 se transformă complet în energie cinetică, adăugându-se la E_{c1} , astfel încât în poziția x_2 energia totală devine

$E_{c2} = mv_{2c}^2/2 + I_C\omega_2^2/2$, unde v_{2c} este viteza centrului bilei în poziția x_2 , iar ω_2 este viteza unghiulară a bilei în aceeași poziție.

Întrucât asupra bilei ce se rostogolește pe planul înclinat acționează forța de frecare la rostogolire \vec{F}_r , apar întrebările: acțiunea acestei forțe nu conduce oare la micșorarea energiei bilei? De ce, totuși, se poate aplica legea conservării energiei mecanice în acest caz? Răspunsul este că în lipsa alunecării forța de frecare este aplicată în acele puncte ale bilei care se află pe axa momentană de rotație. Viteza instantanee a acestor puncte este egală cu zero. De aceea, forța de frecare la rostogolire nu efectuează lucru mecanic și, deci, nu influențează asupra valorii energiei cinetice a bilei în mișcarea ei de rostogolire. Forța de frecare la rostogolire \vec{F}_r este o forță de frecare de repaus și rolul ei se reduce la aducerea bilei în mișcare de rostogolire pură. În prezența forței de frecare la rostogolire lucrul forței de greutate se consumă pentru mărirea energiei cinetice nu numai a mișcării de translație, ci și a celei de rotație. Vom observa că forța de reacțiune a planului înclinat \vec{N} , fiind perpendiculară pe direcția mișcării, de asemenea, nu efectuează lucru mecanic.

Pentru a direcționa mișcarea bilei pe plan, de-a lungul lui este trasat un uluc cu lățimea $2e$ (în *fig. 6.2*, unde este prezentată secțiunea transversală a bilei, ulucul se află în planul perpendicular pe figură). Vitezele mișcării de translație ale bilei v_{1c} și v_{2c} în pozițiile x_1 și x_2 sunt orientate paralel planului înclinat (*fig. 6.1*) (în *figura 6.2* aceste viteze sunt orientate perpendicular pe planul figurii). Vitezele unghiulare ω_1 și ω_2 în pozițiile x_1 și x_2 sunt $\omega_1 = v_{A1}/r = v_{1c}/r$ și $\omega_2 = v_{A2}/r = v_{2c}/r$, unde v_{A1} și v_{A2} sunt

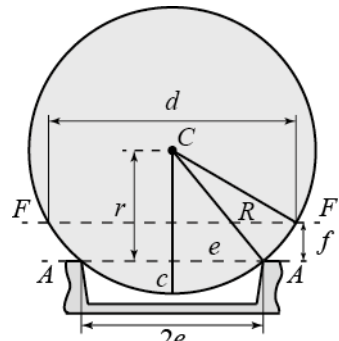


Fig. 6.2

vitezele liniare ale punctelor A față de centrul C în pozițiile x_1 și, respectiv, x_2 . După cum se observă din *figura 6.2*, mărimea $r = \sqrt{R^2 - e^2}$. Totodată, $I_C = (2/5)mR^2$. Astfel,

$$\frac{mv_{1C}^2}{2} + \frac{I_C \omega_1^2}{2} = \frac{mv_{1C}^2 (7R^2 - 5e^2)}{10(R^2 - e^2)}. \quad (6.2)$$

Analog,

$$\frac{mv_{2C}^2}{2} + \frac{I_C \omega_2^2}{2} = \frac{mv_{2C}^2 (7R^2 - 5e^2)}{10(R^2 - e^2)}. \quad (6.3)$$

Substituind în (6.1), obținem:

$$\frac{(7R^2 - 5e^2)}{10(R^2 - e^2)} (v_{2C}^2 - v_{1C}^2) = \frac{g(x_2 - x_1)H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}, \quad (6.4)$$

unde pentru înălțimea h a fost utilizată relația $h = (x_2 - x_1) \sin \alpha = (x_2 - x_1)H / \sqrt{H^2 + b_0^2}$ ce rezultă din *figura 6.1*. Aici H este înălțimea planului înclinat, iar $l = \sqrt{H^2 + b_0^2}$ este lungimea lui. În (6.4) s-a înlocuit $l = \sqrt{H^2 + b_0^2}$, întrucât în experiment lungimea planului înclinat l se măsoară cu unele dificultăți, iar baza planului înclinat b_0 este o constantă a instalației de măsurare: $b_0 = 0,4$ m, rămânând de măsurat direct în fiecare serie de măsurări numai înălțimea planului H și coordonatele pozițiilor bilei, care coincid cu cele ale pozițiilor senzorilor x_1 și x_2 (*fig. 6.1*). Întrucât senzorii sunt identici după formă, rezultă că în calitate de x_1 și x_2 se pot lua coordonatele oricăror puncte identice ale acestora, de exemplu, coordonatele marginilor superioare sau inferioare. Acestea se vor citi pe rigla planului înclinat. Coordonatele pozițiilor bilei x_1 și x_2 pot fi măsurate cu rigla milimetrică, întrucât diferența $x_2 - x_1$ are

valori de ordinul zecilor de centimetri și erorile comise nu vor fi mari. Prin această metodă, însă, nu poate fi măsurat și diametrul d al secțiunii FF a bilei (fig. 6.2) ce acoperă fascicolul senzorului. În acest caz este necesară o precizie mai mare și, de aceea, diametrul bilei se măsoară cu șublerul și se determină raza ei R . De asemenea, cu șublerul se măsoară lățimea $2e$ a ulucului director pe care se mișcă bila și se determină mărimea e . Cunoscând raza bilei R și jumătate din lățimea ulucului e , se poate determina diametrul d al secțiunii FF (vezi lucrarea de laborator 5c):

$$d = 2\sqrt{e^2 - f^2 + 2f\sqrt{R^2 - e^2}}, \quad (6.5)$$

unde mărimile R , f și e trebuie măsurate cu erori ce nu depășesc 0,1 mm (adică cu șublerul).

Raționamentele de mai sus sunt valabile, evident, dacă planul și bila sunt absolut rigide. Întrucât corpurile reale nu pot fi absolut rigide, devine clar că la rostogolirea bilei atât planul, cât și bila se vor deforma puțin. Aceasta va face ca forța de frecare la rostogolire să efectueze un anumit lucru mecanic negativ L_{fr} și relația (6.4) în cazul real trebuie să posede aspectul:

$$\frac{(7R^2 - 5e^2)}{10(R^2 - e^2)}(v_{2c}^2 - v_{1c}^2) = \frac{g(x_2 - x_1)H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}} + \frac{L_{fr}}{m} \quad (6.6)$$

Vitezele medii pe distanța d egală cu grosimea obturatorului coincid cu vitezele instantanee v_{1c} și v_{2c} în mijlocul intervalelor de timp t_1 și, respectiv, t_3 în care acest obturator (bila cu secțiunea de diametrul d) acoperă fascicolul senzorului, întrucât bila se mișcă pe plan uniform accelerat. Vom aproxima vitezele instantanee v_{1c} și v_{2c} cu vitezele bilei la mijlocul distanței parcurse d . Se poate demonstra că această aproximație este valabilă, dacă

$$t_1, t_3 \ll \sqrt{2d/a}, \quad (6.7)$$

unde a este accelerația bilei. Astfel,

$$v_{1c} = d/t_1, v_{2c} = d/t_3. \quad (6.8)$$

Acum, când cunoaștem modul de măsurare directă și indirectă a mărimilor ce intră în (6.6), vom observa că aceasta reprezintă o funcție liniară de forma

$$Y = pX + b, \quad (6.9)$$

unde $Y = \frac{(7R^2 - 5e^2)}{10(R^2 - e^2)} \left(\frac{d^2}{t_3^2} - \frac{d^2}{t_1^2} \right)$, $X = \frac{(x_2 - x_1)H}{\sqrt{H^2 + b_0^2}}$, $p = g$, iar

termenul liber $b = L_{fr}/m$.

Construind după punctele experimentale graficul acestei dependențe, trebuie să obținem un segment de dreaptă cu panta egală cu valoarea accelerației gravitaționale. În acest caz se poate afirma că legea conservării energiei mecanice în experiență este verificată. Graficul poate fi construit (fig. 6.3) luând $n \geq 5$ serii din câte $N \geq 10$

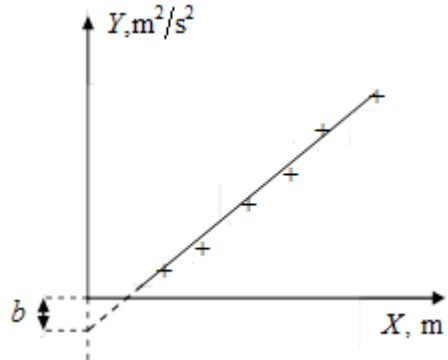


Fig. 6.3

măsurări a intervalelor de timp t_1 și t_3 . În cadrul seriei concrete pozițiile senzorilor x_1 și x_2 vor rămâne neschimbate. La trecerea de la o serie de măsurări la alta trebuie să avem grijă ca distanța $x_2 - x_1$ parcursă de bilă între senzori să nu se modifice, pentru ca forța de frecare la rostogolire să efectueze același lucru mecanic ca și în seria precedentă. Mărimile x_1 și x_2 pot să varieze, însă drumul parcurs de bilă $x_2 - x_1$ trebuie să rămână același. Pentru construirea graficului vom modifica înălțimea planului înclinat H la trecerea de la o serie de măsurări la alta. Dar, în ce limite poate să varieze H ?

Înălțimea H nu trebuie să fie prea mică, întrucât în acest caz componenta forței de greutate ce pune în mișcare bila este comparabilă cu forța de frecare la rostogolire și mișcarea bilei nu va fi suficient de stabilă. Totodată H nu poate fi nici prea mare, deoarece în acest caz poate apărea și mișcarea de alunecare a bilei, iar relația (6.6) a fost obținută pentru rostogolirea bilei fără alunecare. După cum am stabilit în lucrarea de laborator 5c, rostogolirea bilei se va produce fără alunecare, dacă unghiul de înclinare a planului satisface condiția

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{\mu_{al} (7R^2 - 5e^2)}{2R^2} = \operatorname{tg} \alpha_{\max}, \quad (6.10)$$

de unde rezultă $H < \frac{\mu_{al} b_0 (7R^2 - 5e^2)}{2R^2}$. Considerând $\mu_{al} = 0,1$,

$2e = 5 \text{ mm}$, $2R = 25 \text{ mm}$, obținem $H < 0,136 \text{ m}$. Pentru a avea, însă, o rezervă de încredere, vom lua înălțimea H în limitele de la 30 până la 100 mm. În aceste limite forța de frecare la rostogolire, pe de o parte, este suficient de mică în comparație cu componenta forței de greutate care pune bila în mișcare de rostogolire stabilă, iar pe de altă parte rostogolirea se produce fără alunecare.

Determinând termenul liber b cu ajutorul graficului și a metodei celor mai mici pătrate, putem estima lucrul forței de frecare la rostogolire $L_{fr} = mb$. Dar $L_{fr} = F_{fr} (x_2 - x_1) \cos \pi = -F_{fr} (x_2 - x_1)$ unde F_{fr} este forța medie de frecare la rostogolire. De aici se obține

$$F_{fr} = -L_{fr} / (x_2 - x_1) = -mb / (x_2 - x_1). \quad (6.11)$$

Valoarea F_{fr} poate fi comparată cu valorile obținute în lucrarea de laborator 5c. Cunoscând valoarea forței de frecare la rostogolire, din relația $F_{fr} = \mu_r N = \mu_r mg \cos \alpha \approx \mu_r mg$ se poate estima și valoarea coeficientului de frecare la rostogolire μ_r :

$$\mu_r \approx \frac{F_{fr}}{mg} = \frac{b}{g(x_2 - x_1)}, \quad (6.12)$$

întrucât pentru unghiuri mici $\cos \alpha \approx 1$.

Dacă dreapta $Y = pX + b$ (6.9) se construiește la calculator folosind rezultatele celor $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 10$ măsurări ale intervalelor de timp t_1 și t_3 , în care fascicolul senzorului este acoperit de către bila-obturator în pozițiile x_1 și x_2 , atunci panta dreptei p și eroarea ei standard Δp se vor calcula aplicând metoda celor mai mici pătrate. Termenul liber b din ecuația $Y = pX + b$ poate să fie de ordinul erorii standard Δb . În această situație valorile F_{fr} și μ_r vor avea un caracter estimativ.

Fișa de lucru

1. Fixați planul înclinat pe stativ sub un unghi ce corespunde înălțimii planului $H \approx 30\text{mm}$, astfel, încât să fie posibilă efectuarea a $n \geq 5$ serii de măsurări, pentru fiecare din ele fiind satisfăcută relația (6.10) pentru o valoare a coeficientului de frecare μ_{al} indicată de profesor.
2. Fixați bara senzorilor paralel cu planul, iar pe aceasta cei doi senzori astfel încât capetele lor să se sprijine de plan.
3. Accesați programul pentru achiziția datelor și efectuarea lucrării de laborator, introduceți numărul de serii n , numărul de măsurări N , determinați coordonatele marginilor inferioare ale senzorilor x_1 și x_2 pe plan, precum și înălțimea planului H . Introduceți-le în calculator.
4. Stabiliți bila în vârful planului, accesați butonul „**Start**” și eliberați bila. Dacă mișcarea bilei a avut loc în condiții satisfăcătoare, accesați butonul „**Citirea datelor**” și transferați în calculator intervalele de timp t_1 și t_3 . În caz contrar accesați butonul „**Restart**” și repetați măsurările.

5. Repetați indicațiile de la p. 4 încă de $N - 1$ ori și analizați cele N valori măsurate ale intervalelor de timp t_1 și t_3 , precum și valorile lor medii, dar și ale mărimilor X și Y obținute în seria dată.
6. Ridicați planul cu aproximativ 5–10 mm, deplasați, dacă este necesar, unul din senzori astfel, încât diferența $x_2 - x_1$ să rămână neschimbată, măsurați din nou coordonatele x_1 și x_2 , precum și înălțimea H , introduceți-le în calculator și efectuați următoarea serie de măsurări.
7. Repetați indicațiile de la p. 6 încă de $n - 2$ ori.
8. După terminarea seriilor de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Procesarea datelor experimentale**”.
9. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Prelucrarea datelor experimentale**” și obțineți graficul dependenței studiate și valoarea pantei acesteia p .
10. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul erorilor**” și obțineți eroarea standard a pantei dreptei Δp și a termenului liber Δb .
11. Introduceți rezultatul final.
12. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Concluzii**” și în fereastra apărută formulați concluziile.
13. Accesați butonul „**Referat**” și inițiați programul de perfectare a referatului. Salvați referatul.
14. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea lucrării de laborator.

Întrebări de control

1. Definiți mișcarea de rotație.
2. Definiți noțiunea de moment de inerție.
3. Deduceți formula pentru momentul de inerție a unei bile față de axa ce coincide cu unul din diametrele sale.
4. Deduceți formula pentru energia cinetică a unui corp ce efectuează o mișcare de rotație în jurul unei axe fixe.

5. Explicați relația (6.1).
6. De ce forța de frecare la rostogolire nu efectuează lucru mecanic?
7. Cum se determină vitezele unghiulare ale bilei în pozițiile 1 și 2?
8. Deduceți relațiile (6.2) și (6.3).
9. Cum se determină diametrul d al secțiunii bilei ce acoperă fascicolul senzorului?
10. Deduceți relația (6.4).
11. Deduceți relația (6.5).
12. De ce în relația (6.6) apare termenul L_{fr}/m ?
13. Ce aproximare se utilizează la determinarea vitezelor instantanee v_{1C} și v_{2C} și când ea este valabilă?
14. În ce condiții se poate considera că legea conservării energiei mecanice la rostogolirea bilei este valabilă?
15. De ce drumul parcurs de bilă $x_2 - x_1$ la trecerea de la o serie de măsurări la alta nu trebuie să varieze?
16. În ce condiții rostogolirea bilei nu va fi însoțită de alunecare?
17. Cum se estimează forța și coeficientul de frecare la rostogolire?
18. Cum se determină erorile standard ale pantei drepte și termenului ei liber?
19. Cum se calculează erorile standard pentru diferite niveluri de încredere?
20. Cum se scrie rezultatul final?

Lucrarea de laborator 7c

Verificarea experimentală a teoremei lui Steiner cu ajutorul pendulului fizic

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a teoremei lui Steiner.

Obiective: În urma efectuării acestei lucrări studenții vor fi capabili:

- să definească mișcarea de rotație, momentul de inerție;
- să deducă formula pentru momentul de inerție a unei bare subțiri omogene față de axa transversală ce trece prin centrul ei de masă;

- să formuleze și să explice teorema despre variația energiei cinetice la mișcarea de rotație;
- să formuleze și să explice teorema lui Steiner;
- să deducă formulele (7.2) –(7.8) și să le explice;
- să obțină experimental graficul dependenței mărimii $Y_n = v = d/t_1$ de mărimea $X_n = \sqrt{x_n}(x_n + r_n) \sin(\alpha/2)$, să demonstreze că aceasta reprezintă un segment de dreaptă, să determine panta dreptei și momentul de inerție al barei $I_n = 4mg/p_n^2$;
- să obțină experimental graficul dependenței mărimii $Y = I_n = 4mg/p_n^2$ de mărimea $X = x_n^2$, să demonstreze că aceasta reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = m$;
- să verifice experimental formula $I_{C_{teor}} = ml^2/12$;
- să estimeze erorile standard comise;
- să tragă concluzii privind veridicitatea teoremei lui Steiner și a formulei (7.8).

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 1 senzor, pendul fizic, șubler, riglă.

De studiat: pp.59–67 și cap.4 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

La devierea barei pendulului fizic de la poziția de echilibru cu un unghi α centrul de masă al barei C se ridică la înălțimea h (fig. 7.1). Dacă bara este eliberată, atunci forța de greutate $m\vec{g}$ pe parcursul revenirii barei în poziția inițială va efectua lucrul mecanic $L = mgh$. Conform teoremei despre variația energiei cinetice, lucrul tuturor forțelor exterioare ce acționează asupra barei trebuie să fie egal cu variația energiei cinetice a acestei bare:

$$E_{c2} - E_{c1} = L. \quad (7.1)$$

Asupra barei acționează forța de greutate, de rezistență a aerului și de frecare în axa pendulului. Deoarece viteza pendulului este mică, lucrul forței de rezistență a aerului și de rezistență în axa pendulului pot fi neglijate. Energia cinetică în poziția inițială este egală cu zero, iar în poziția finală (de echilibru) ea este:

$$E_{c2} = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (7.2)$$

unde I este momentul de inerție al barei față de axa de pendulare ce trece la distanța x de la centrul de masă, iar ω este viteza unghiulară a barei la trecerea ei prin poziția de echilibru. Acum relația (7.1) capătă aspectul

$$\frac{I\omega^2}{2} = mgh. \quad (7.3)$$

Din *figura 7.1* rezultă că $h = x(1 - \cos \alpha) = 2x \sin^2(\alpha/2)$, iar $\omega = v/(x+r) = d/(t_1(x+r))$, unde d este grosimea barei care servește și în calitate de obturator, x este distanța de la axa de pendulare până la centrul de masă al barei care coincide cu mijlocul ei, $v = d/t_1$ este viteza punctelor barei ce intersectează fascicolul sensorului în poziția de echilibru, t_1 este intervalul de timp în care bara-obturator întretaie fascicolul sensorului la trecerea prin poziția de echilibru, r este distanța de la centrul de masă până la punctul prin care bara intersectează fascicolul sensorului, α este unghiul de abatere al barei de la poziția de echilibru. Substituind aceste relații în (7.3), pentru viteza punctelor barei ce intersectează fascicolul sensorului în poziția de echilibru (*fig. 1*) obținem:

$$v = \frac{d}{t_1} = 2\sqrt{\frac{mg}{I}}\sqrt{x}(x+r)\sin\frac{\alpha}{2}.$$

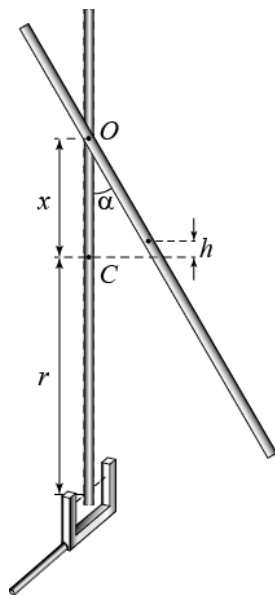


Fig. 7.1

Această relație poate fi scrisă de n ori pentru n valori I_n ale momentului de inerție al barei ce se obțin pentru n perechi de valori ale distanțelor x_n și r_n :

$$v_n = \frac{d}{t_1} = 2 \sqrt{\frac{mg}{I_n}} \sqrt{x_n} (x_n + r_n) \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (7.4)$$

Relația (7.4) reprezintă o funcție liniară de forma $Y_n = p_n X_n + b_n$, unde $Y_n = v = d/t_1$, $X_n = \sqrt{x_n} (x_n + r_n) \sin(\alpha/2)$, $p_n = 2\sqrt{mg/I_n}$.

Graficul acestei funcții este reprezentat în figura 7.2. Relația (7.4) arată că b_n ar trebui să se anuleze. Aceasta însă se va întâmpla numai dacă în experiență nu se va comite nici o eroare sistematică. Cum anticipat nu se cunoaște acest aspect al experimentului, vom considera că $b_n \neq 0$. În acest mod, vom exclude influența unei eventuale erori sistematice asupra valorii pantei drepte și, prin urmare, asupra valorii măsurate indirect a momentului de inerție I_n al barei față de axa transversală ce trece la distanța x_n de la centrul ei de masă C :

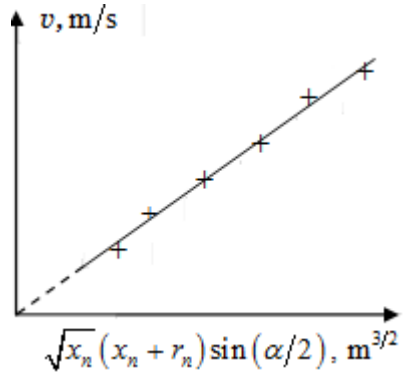


Fig. 7.2

$$I_n = \frac{4mg}{p_n^2}, \quad (7.5)$$

acesta depinzând numai de panta dreptei, nu și de b_n , indiferent dacă $b_n \neq 0$ sau nu. Pentru o valoare fixă a numărului n , care reprezintă numărul de serii selectate de măsurări, în X_n va varia numai unghiul de abatere α al barei de la verticală (fig. 7.1). Cu alte cuvinte, în cadrul seriei concrete de măsurări vor rămâne fixe

mărimile x_n și r_n , luându-se $N \geq 7$ valori ale unghiului de abatere al barei de la poziția de echilibru.

Conform teoremei lui Steiner, **momentul de inerție a unui corp în raport cu o axă arbitrară de rotație este egal cu suma dintre momentul de inerție I_C a acestui corp în raport cu axa paralelă ce trece prin centrul de masă C al corpului și produsul dintre masa lui și pătratul distanței dintre axe.** În cazul experienței noastre,

$$I_n = I_C + mx_n^2. \quad (7.6)$$

Astfel,

$$4mg/p_n^2 = I_C + mx_n^2. \quad (7.7)$$

Relația (7.7) reprezintă o dependență liniară de forma $Y = pX + b$, unde $Y = I_n = 4mg/p_n^2$, $X = x_n^2$, $p = m$, iar $b = I_C$. Graficul acestei dependențe se va construi utilizând cele $n \geq 5$ valori ale momentului de inerție al barei obținute cu ajutorul formulei (7.5) pentru $n \geq 5$ valori ale pătratului

distanței x_n^2 de la axa de rotație până la centrul de masă. Vom considera că teorema Steiner este confirmată experimental, dacă graficul funcției (7.7) construit după punctele experimentale va reprezenta un segment de dreaptă cu panta $p = m$, unde m reprezintă masa barei (fig. 7.3). Totodată, segmentul tăiat de dreaptă pe axa ordonatelor

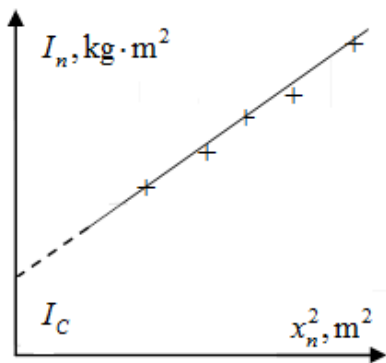


Fig. 7.3

trebuie să coincidă cu momentul de inerție I_C al barei în raport cu axa transversală ce trece prin centrul ei de masă C : $b = I_C$. Se poate demonstra că

$$I_{C\text{teor}} = \frac{1}{12} ml^2, \quad (7.8)$$

unde m este masa barei cilindrice, iar l este lungimea acesteia. Formula teoretică (7.8) poate fi verificată comparând valoarea ei teoretică cu cea experimentală I_C obținută din grafic. Confirmarea experimentală a formulei (7.8) va fi posibilă numai dacă valoarea $b = I_C$ nu se va afla în limitele erorilor întâmplătoare comise în experiment. Aceasta se poate întâmpla numai dacă m și l vor avea valori relativ mici.

Metoda celor mai mici pătrate permite calcularea erorilor standard Δp_n ale pantelor și cele ale termenilor liberi Δb_n ale dreptelor (7.4). Erorile relative $\varepsilon_{p_n} = \Delta p_n / p_n$ și $\varepsilon_{b_n} = \Delta b_n / b_n$ ne oferă informația privind precizia cu care au fost determinate momentele de inerție I_n . Erorile standard ale momentelor de inerție ar putea fi determinate dacă fiecare serie s-ar repeta de $k \geq 5$ ori. Întrucât aceste mărimi nu sunt necesare pentru verificarea teoremei lui Steiner, iar eroarea standard a momentului de inerție ΔI_C în raport cu axa transversală ce trece prin centrul de masă se va determina în continuare în procesul de verificare a relației (7.7), nu este necesară repetarea fiecărei serii de $k \geq 5$ ori. După determinarea erorilor standard Δb_n a termenilor liberi se poate verifica inegalitatea $\Delta b_n \geq b_n$. Dacă $\Delta b_n \geq b_n$, atunci se poate trage concluzia că dreapta (7.4) în limitele erorilor întâmplătoare comise trece prin origine, adică la verificarea relației (7.4) nu se comite nici o eroare sistematică.

Dacă dreapta (7.7) se construiește la calculator folosind rezultatele celor $n \geq 5$ serii de măsurări indirecte ale momentului de inerție al barei ce corespund celor $n \geq 5$ valori ale pătratului distanței de la centrul de masă până la axa de rotație x_n^2 , atunci panta dreptei p și eroarea ei standard Δp se vor calcula aplicând metoda celor mai mici pătrate. Eroarea standard a termenului liber b din ecuația $Y = pX + b$ coincide cu eroarea standard ΔI_C a momentului de inerție al barei în raport cu axa transversală ce trece prin centrul ei de masă C . În limitele erorilor comise în experiment $b = I_C$ trebuie să coincidă cu valoarea teoretică (7.8) a acestui

moment de inerție. Eroarea standard ΔI_C poate fi considerată aproximativ în calitate de eroare standard a momentelor de inerție I_n , adică $\Delta I_C \approx \Delta I_n$.

Fișa de lucru

1. Stabiliți bara astfel, încât axa de rotație să treacă la o distanță de 2–3 cm de la centrul de masă C , iar în poziția de echilibru fascicolul de radiație infraroșie a senzorului să cadă pe mijlocul barei la distanța r de la centrul de masă.
2. Inițiați programul pentru efectuarea lucrării de laborator, completați informația cerută și selectați numărul de serii $n \geq 5$, precum și numărul de măsurări $N \geq 7$ ale unghiului de abatere α de la poziția de echilibru.
3. Introduceți valorile mărimilor d , m , g , care pe parcursul experienței nu vor varia, precum și mărimile x_n și r_n , care nu vor varia numai pe parcursul seriei concrete de măsurări. Introduceți, de asemenea, și valoarea unghiului de abatere α care va varia pe parcursul seriei date de măsurări.
4. Declanșați cronometrul electronic.
5. Abateți bara cu un unghi α , accesați butonul „**Start**” și eliberați-o.
6. După măsurarea intervalului de timp t_1 , accesați butonul „**Citirea intervalelor**” și transferați valoarea măsurată în calculator.
7. Accesați butonul „**Următoarea măsurare**” și repetați indicațiile de la pp. 5 și 6 încă de $N - 1$ ori pentru alte $N - 1$ valori ale unghiului de abatere α .
8. După terminarea primei serii de măsurări accesați butonul „**Următoarea măsurare**” după care se va construi graficul dependenței (7.4), se va calcula panta dreptei p_n , termenul liber b_n , erorile lor standard Δp_n și Δb_n , precum și valoarea momentului de inerție I_n . Verificați dacă $\Delta b_n \geq b_n$.
9. Accesați butonul „**Continuare**” și deschideți următoarea fereastră, în care se vor cere noile distanțe x_n și r_n . Introduceți în calculator aceste mărimi după fixarea barei pe o nouă axă.

10. Repetați indicațiile de la pp. 5 – 8.
11. Repetați indicațiile de la p. 10 încă de $n - 2$ ori.
12. După terminarea celor n serii de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și deschideți fereastra „**Procesarea datelor experimentale**”. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Prelucrarea datelor experimentale**”, construiți graficul funcției (7.7), calculați panta dreptei p și termenul ei liber b .
13. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul erorilor**” și obțineți erorile standard ale pantei dreptei Δp și ale termenului liber Δb , precum și erorile relative corespunzătoare. Calculați manual erorile standard și pentru alte niveluri de încredere indicate de profesor.
14. Introduceți rezultatele finale pentru panta dreptei $p = m$ și termenul liber $b = I_C$. Comparați panta p cu masa barei măsurată anticipat, precum și valoarea $b = I_C$ cu cea calculată după formula teoretică (7.8).
15. Accesați butonul „**Concluzii**” și formulați concluziile privind valabilitatea teoremei lui Steiner și a formulei teoretice (7.8).
16. Accesați butonul „**Referat**” și inițiați programul de perfectare a referatului. Salvați referatul.
17. Accesați butonul „**Finis**” și finalizați efectuarea lucrării de laborator.

Întrebări de control

1. Definiți mișcarea de rotație.
2. Definiți noțiunea de moment de inerție.
3. Deduceți formula pentru momentul de inerție a unei bare subțiri omogene față de axa transversală ce trece prin centrul ei de masă.
4. Formulați teorema despre variația energiei cinetice și explicați formula (7.3).
5. Deduceți formula (7.4) și explicați cum se determină momentele de inerție I_n .

6. Formulați teorema lui Steiner.
7. Deduceți formula (7.7).
8. În ce condiții se va putea considera că teorema lui Steiner este verificată?
9. Când se va putea afirma că formula teoretică (7.8) este verificată?
10. Ce semnifică inegalitatea $\Delta b_n \geq b_n$?
11. Cum se calculează erorile standard ale pantei dreptei (7.7) și ale momentului de inerție?
12. Cum se calculează erorile pantei dreptei (7.7) și ale momentului de inerție pentru diferite niveluri de încredere?

Lucrarea de laborator 8c

Verificarea experimentală a teoremei lui Steiner cu ajutorul pendulului de torsiune

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a teoremei lui Steiner.

Obiective: În urma efectuării acestei lucrări studenții vor fi capabili:

- să definească mișcarea de rotație, momentul de inerție;
- să deducă formula pentru momentul de inerție a unui cilindru față de axa transversală ce trece prin centrul lui de masă;
- să formuleze și să explice teorema despre variația energiei cinetice la mișcarea de rotație;
- să formuleze și să explice teorema lui Steiner;
- să deducă formulele (8.2) – (8.9) și să le explice;
- să obțină experimental graficul dependenței mărimii $Y = I_x = (I - I_0)/2$ de mărimea $X = x^2$, să demonstreze că ea reprezintă un segment de dreaptă cu panta $p = m$;
- să verifice experimental formula (8.10);
- să estimeze erorile relativă și absolută comise;
- să tragă concluzii privind veridicitatea teoremei lui Steiner și a formulei (8.10).

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 1 senzor, instalație pentru verificarea teoremei lui Steiner, șubler, riglă.

De studiat: pp.67–75 și cap.4 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

La răsucirea cu un unghi φ a firului elastic OO împreună cu bara suspendată, asupra barei acționează din partea firului răsucit un moment de rotație M , care conform legii lui Hooke pentru răsucire este:

$$M = -k\varphi, \quad (8.1)$$

unde k este modulul de răsucire al firului elastic, de care este suspendată bara. Formula (8.1) este valabilă în limitele elasticității sârmei utilizate (la încetarea acțiunii forței exterioare de răsucire, sârma se restabilește complet atât ca formă, cât și ca volum).

Limitele elasticității firului se pot determina răsucind firul cu un anumit unghi care se măsoară cu ajutorul unui indicator, de asemenea, fixat pe bară (în *figura 8.1* el nu este arătat) și observând dacă la eliberarea barei după amortizarea oscilațiilor indicatorul din nou se oprește la indicația zero unde se afla înainte de răsucire. Se poate demonstra că modulul de răsucire pentru un fir cilindric de lungimea l și diametrul D este:

$$k = \frac{\pi G}{2} \cdot \frac{D^4}{16l}, \quad (8.2)$$

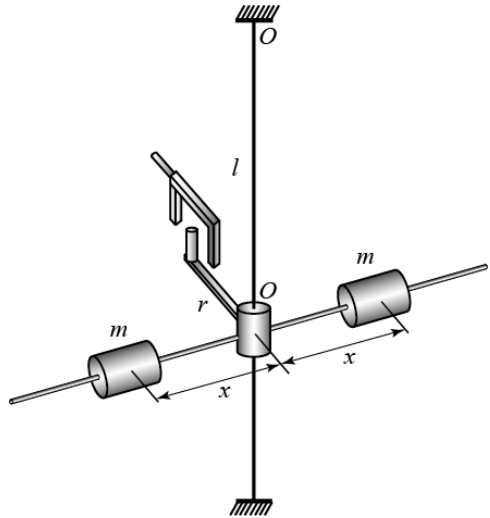


Fig. 8.1

unde G este modulul de forfecare al materialului din care este confecționată sârma (*fig. 8.1*).

La eliberarea barei dintr-o poziție ce corespunde unghiului de răsucire φ momentul de rotație (8.1) va efectua lucrul mecanic:

$$L = \int_{\varphi}^0 M d\varphi = -k \int_{\varphi}^0 \varphi d\varphi = \frac{k\varphi^2}{2},$$

care conform teoremei despre variația energiei cinetice ($E_{c2} - E_{c1} = L$), se consumă pentru mărirea energiei cinetice a barei:

$$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{k\varphi^2}{2}, \quad (8.3)$$

unde I este momentul de inerție al barei, iar ω – viteza ei unghiulară. Modulul de răsucire k poate fi calculat după formula (8.2), măsurând anticipat lungimea l și diametrul D al firului. Modulul de forfecare G al materialului din care este confecționată sârma poate fi luat din tabele, dar mai bine să fie măsurat indirect prin metoda oscilațiilor de torsiune.

Viteza unghiulară a barei la momentul când aceasta trece prin poziția de echilibru (indicatorul trece prin poziția inițială ce corespunde unghiului $\varphi = 0$) se poate determina din relația $\omega = v/r$, unde r este distanța de la axa de rotație a mijlocului obturatorului cilindric, care întretaie fascicolul sensorului (*fig. 8.1*). Viteza liniară v a obturatorului poate fi luată aproximativ egală cu viteza medie pe durata t_1 a intersectării de către obturatorul cu diametrul d al fascicolului sensorului: $v = d/t_1$. Astfel,

$$\omega = \frac{d}{rt_1}. \quad (8.4)$$

Unghiul de răsucire φ se măsoară de pe scara instalației divizată în grade (φ_g), dar trebuie exprimat în radiani:

$$\varphi = \frac{\pi\varphi_g}{180}. \quad (8.5)$$

Trebuie să observăm că verificarea teoremei lui Steiner utilizând relația (8.3) nu este posibilă atâta timp, cât nu se cunoaște momentul de inerție I_0 al barei fără cilindri, pe care este fixat indicatorul unghiurilor de răsucire φ și bara cu obturator. Acest moment de inerție este greu de calculat, întrucât construcția are o formă destul de complicată. I_0 intervine ca o constantă a instalației de măsurare și poate fi determinat din experiență. Într-adevăr, în acest caz relația (8.3) capătă aspectul: $I_0\omega^2 = k\varphi^2$, de unde:

$$I_0 = \frac{k\varphi^2}{\omega^2}. \quad (8.6)$$

Aici mărimile k , ω și φ se calculează după formulele (8.2), (8.4) și, respectiv, (8.5). Efectuând $N \geq 7$ măsurări ale unghiului de răsucire φ_g și ale intervalului de timp t_1 în care obturatorul intersectează fascicolul senzorului la revenirea barei în poziția inițială, se poate calcula valoarea medie a momentului de inerție \bar{I}_0 al sistemului.

Fiind determinată constanta instalației de măsurare I_0 , se poate purcede la verificarea teoremei lui Steiner. Pentru aceasta vom fixa simetric la o oarecare distanță x_1 de la axa de rotație doi cilindri identici cu masa m fiecare (fig. 8.1) și vom efectua din nou $N \geq 7$ măsurări ale intervalului de timp t_1 pentru $N \geq 7$ valori ale unghiului de răsucire φ_g , determinând valoarea medie a momentului de inerție al sistemului cu cei doi cilindri: $I_1 = k\varphi^2/\omega^2$. Se vor efectua $n \geq 5$ serii de astfel de măsurări pentru $n \geq 5$ valori x_n ale distanței cilindrilor de la axa de rotație, obținând $n \geq 5$ valori I_n ale momentului de inerție.

Acest moment de inerție poate fi reprezentat prin suma momentului de inerție I_0 al sistemului fără cei doi cilindri și al momentului de inerție a cilindrilor $2I_x$ în raport cu axa de rotație a sistemului: $I = I_0 + 2I_x$. De aici se obține următoarea expresie

pentru momentul de inerție a unui cilindru în raport cu axa de rotație a sistemului:

$$I_x = \frac{I - I_0}{2}. \quad (8.7)$$

Conform teoremei lui Steiner, **momentul de inerție a unui corp în raport cu o axă arbitrară de rotație este egal cu suma dintre momentul de inerție I_C a acestui corp în raport cu axa paralelă ce trece prin centrul de masă C al corpului și produsul dintre masa lui și pătratul distanței dintre axe.** În cazul experienței noastre,

$$I_x = I_C + mx^2. \quad (8.8)$$

Astfel,

$$\frac{I - I_0}{2} = I_C + mx^2. \quad (8.9)$$

Relația (8.9) reprezintă o dependență liniară de forma $Y = pX + b$, unde $Y = I_x = (I - I_0)/2$, $X = x^2$, $p = m$, iar $b = I_C$. Graficul se va construi utilizând cele $n \geq 5$ valori medii ale momentului de inerție al unui cilindru, obținute cu ajutorul formulei (8.7) pentru $n \geq 5$ valori ale distanței x a cilindrului de la axa de rotație. Vom putea considera că teorema Steiner este confirmată, dacă graficul funcției (8.9) construit după punctele experimentale va reprezenta un segment de dreaptă cu panta $p = m$, unde m reprezintă masa unuia din cei doi cilindri identici (fig. 8.2). Totodată, valoarea segmentului tăiat de dreaptă pe axa ordonatelor trebuie să coincidă cu momentul de inerție I_C a

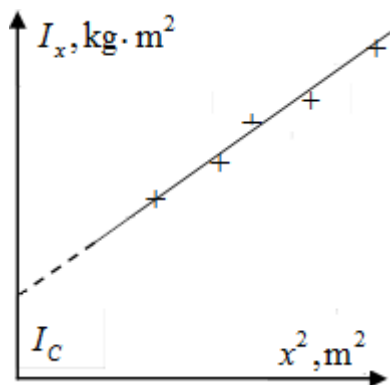


Fig. 8.2

unui cilindru față de axa transversală și care trece prin centrul lui de masă C : $b = I_C$. Se poate demonstra că

$$I_{C\text{teor}} = \frac{mh^2}{12} + \frac{mR^2}{4}, \quad (8.10)$$

unde m este masa cilindrului, iar h și R este înălțimea și, respectiv, raza lui. Comparând valoarea teoretică a momentului de inerție (8.10) cu cea experimentală I_C obținută din grafic, se poate trage concluzia despre verificarea formulei teoretice (8.10). Confirmarea experimentală a formulei (8.10) va fi posibilă numai dacă valoarea $b = I_C$ nu se va afla în limitele erorilor întâmplătoare comise în experiment. Aceasta, însă, se poate întâmpla dacă m , h și R vor avea valori relativ mici.

În această experiență erorile standard ale mărimilor I_0 și I_x nu se vor calcula, întrucât scopul acestei lucrări de laborator nu este determinarea momentelor de inerție. Totodată, însă, la construirea graficului funcției liniare (8.9) abaterile acestor mărimi de la valorile medii se vor lua în considerare automat prin utilizarea metodei celor mai mici pătrate.

Dacă graficul dreptei $Y = pX + b$, unde $Y = I_x = (I - I_0)/2$, $X = x^2$, $p = m$, iar $b = I_C$ (vezi (8.9)) se construiește la calculator folosind rezultatele celor $n \geq 5$ serii a câte $N \geq 7$ măsurări ale unghiului de răsucire φ_g și ale intervalului de timp t_1 , în care la trecerea sistemului prin poziția de echilibru fascicolul senzorului este acoperit de către obturator, atunci panta dreptei p și eroarea ei Δp se vor calcula aplicând metoda celor mai mici pătrate. Această eroare coincide cu eroarea standard. Eroarea relativă $\varepsilon = \Delta p/p$ comisă la determinarea pantei va putea fi considerată ca o eroare, în limitele căreia este valabilă teorema Steiner. Eroarea standard a termenului liber b din ecuația $Y = pX + b$ coincide cu eroarea standard ΔI_C a momentului de inerție al unui cilindru în raport cu axa transversală care trece prin centrul lui de masă C . În limitele

erorilor comise în experiment, $b = I_C$ trebuie să coincidă cu valoarea teoretică (8.10) a acestui moment de inerție. Eroarea relativă $\varepsilon = \Delta I_C / I_C$ comisă la determinarea I_C se va considera în calitate de eroare, în limitele căreia se confirmă formula teoretică (8.10). Totuși, dacă cilindrul are dimensiuni mici, se poate întâmpla ca $\Delta b \approx I_C$. În acest caz, confirmarea valorii teoretice este mai dificilă.

Fișa de lucru

1. Stabiliți indicatorul sistemului la gradația „zero”, astfel încât în poziția de echilibru fascicolul de radiație infraroșie a senzorului să cadă pe mijlocul obturatorului.
2. Inițiați programul pentru efectuarea lucrării de laborator, completați informația cerută și selectați numărul de serii $n \geq 5$, precum și numărul de măsurări $N \geq 7$, având în vedere că valorile unghiului de răsucire φ_g trebuie să corespundă deformațiilor elastice ale firului.
3. Introduceți valorile mărimilor d , r , G , D , l care pe parcursul experienței nu se vor modifica.
4. Declanșați cronometrul electronic.
5. Răsuciți firul cu un unghi φ_g , accesați butonul „**Start**” și eliberați sistemul.
6. După măsurarea intervalului de timp t_1 accesați butonul „**Citirea intervalelor**” și transferați valoarea măsurată în calculator.
7. Accesați butonul „**Următoarea măsurare**” și repetați indicațiile de la pp. 5 și 6 încă de $N - 1$ ori.
8. După terminarea primei serii de măsurări accesați butonul „**Următoarea măsurare**” la care se va calcula valoarea medie a momentului de inerție I_0 .
9. La accesarea butonului „**Continuare**” se va deschide următoarea fereastră în care se vor cere masa unui cilindru m , lungimea

cilindrului h , raza lui R , precum și prima valoare x_1 a distanței cilindrilor identici de la axa de rotație. Introduceți în calculator aceste mărimi după fixarea cilindrilor pe bară.

10. Repetați indicațiile de la pp. 5 – 8.
11. Repetați indicațiile de la p. 10 încă de $n - 1$ ori.
12. După terminarea celor n serii de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și deschideți fereastra „**Procesarea datelor experimentale**”. Accesând butonul „**Accept**” la punctul „**Prelucrarea datelor experimentale**”, construiți graficul funcției (8.9), calculați panta drepte și termenul ei liber.
13. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul erorilor**” și obțineți erorile standard ale pantei drepte și termenului liber, precum și erorile relative corespunzătoare.
14. Introduceți rezultatele finale pentru panta drepte $p = m$ și termenul liber $b = I_C$. Comparați panta p cu masa unui cilindru măsurată anticipat, precum și valoarea $b = I_C$ cu cea calculată după formula teoretică (8.10).
15. Accesați butonul „**Concluzii**” și formulați concluziile privind valabilitatea teoremei lui Steiner și a formulei teoretice (8.10).
16. Accesați butonul „**Referat**” și inițiați programul de perfectare și salvare a referatului. Salvați referatul.
17. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea lucrării de laborator.

Întrebări de control

1. Definiți mișcarea de rotație.
2. Definiți noțiunea de moment de inerție.
3. Deduceți formula pentru momentul de inerție al unui cilindru în raport cu axa transversală ce trece prin centrul lui de masă.
4. Explicați legea lui Hooke pentru răsucire.
5. De ce parametri depinde modulul de răsucire a firului?
6. Când deformația de răsucire poate fi considerată elastică?
7. Ce lucru efectuează momentul de rotație și la ce se consumă?

8. Formulați teorema despre variația energiei cinetice.
9. Cum se determină viteza unghiulară a barei la revenirea acesteia în poziția de echilibru?
10. Cum se determină momentul de inerție a pendulului fără cilindri?
11. Cum se determină momentul de inerție a pendulului cu cilindri?
12. Cum se determină momentul de inerție a unui cilindru?
13. Formulați teorema lui Steiner.
14. În ce condiții se poate trage concluzia că teorema lui Steiner este valabilă?
15. În ce condiții se poate trage concluzia că formula teoretică (8.10) este valabilă?
16. Cum se calculează erorile standard ale pantei drepte și ale termenului liber?
17. Cum se calculează erorile pentru diferite niveluri de încredere?
18. Cum se scrie rezultatul final?

Bibliografie

1. Detlaf A.A., Iavorski B.M. Curs de fizică. Chișinău, Lumina, 1991.
2. Traian I. Crețu. Fizica. Curs universitar. București, Editura Tehnică, 1996.
3. Marinciuc M., Rusu S. Fizică. Manual pentru cl. a 10-a. Chișinău, Știința, 2012.
4. Prelucrarea datelor experimentale. Îndrumar de laborator la fizică. Chișinău, Secția Redactare și Editare a U.T.M., 2012.

Cuprins

Lucrarea de laborator 1c. Verificarea experimentală a teoremei despre variația energiei cinetice a unui corp supus acțiunii forței elastice pe un plan orizontal.....	3
Lucrarea de laborator 2c. Verificarea principiului fundamental al dinamicii mișcării de translație la mișcarea unui cărucior pe planul înclinat.....	12
Lucrarea de laborator 3c. Verificarea principiului fundamental al dinamicii la mișcarea de translație a unui cărucior pe un plan orizontal.....	21
Lucrarea de laborator 4c. Verificarea principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație, determinarea momentului de inerție al diferitor corpuri.....	28
Lucrarea de laborator 5c. Verificarea experimentală a principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație și a teoremei despre mișcarea centrului de masă.....	40
Lucrarea de laborator 6c. Verificarea legii conservării energiei mecanice la rostogolirea unei bile pe planul înclinat.....	50
Lucrarea de laborator 7c. Verificarea experimentală a teoremei lui Steiner cu ajutorul pendulului fizic.....	59
Lucrarea de laborator 8c. Verificarea experimentală a teoremei lui Steiner cu ajutorul pendulului de torsiune.....	67
Bibliografie	76