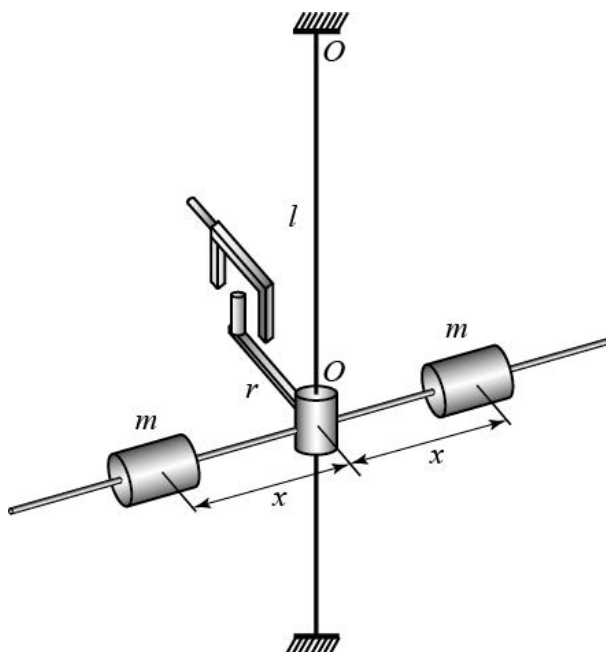


UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

LUCRĂRI DE LABORATOR LA OSCILAȚII MECANICE ASISTATE DE CALCULATOR

Îndrumar de laborator la fizică



Chișinău
2013

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI
Facultatea Radioelectronică și Telecomunicații
Catedra Fizică

**Lucrări de laborator la oscilații
mecanice asistate de calculator**

Îndrumar de laborator la fizică

Chișinău
U.T.M.
2013

Îndrumarul de laborator este elaborat în conformitate cu programa de studiu la fizică pentru Universitatea Tehnică. La fiecare lucrare de laborator sunt formulate scopul și obiectivele lucrării și este prezentat succint materialul teoretic la tema studiată. De asemenea, la toate lucrările sunt formulate întrebări de control, răspunsul la care necesită minimul de cunoștințe necesare pentru admiterea la efectuarea lucrărilor de laborator.

Îndrumarul este destinat studenților tuturor specialităților, secțiilor la zi și cu frecvență redusă.

Autori: conf. univ., dr. A. Rusu
conf. univ., dr. S. Rusu
lector superior C. Pîrțac

Recenzent – conf. univ., dr. hab. V.Ciumaș

Redactor: E.Gheorghişteanu

Bun de tipar --.--13.

Hârtie ofset. Tipar RISO

Coli de tipar 2,75.

Formatul hârtiei 60x84 1/16.

Tirajul 55 ex.

Comanda nr. --

U.T.M., 2004, Chișinău, bd. Ștefan cel Mare, 168.

Secția Redactare și Editare a U.T.M.

2068, Chișinău, str. Studenților, 9/9

© U.T.M., 2012

Lucrarea de laborator 9c

Studiul oscilațiilor amortizate

Scopul lucrării: Studiul experimental al amortizării oscilațiilor pendulului gravitațional și determinarea coeficientului de amortizare, a decrementului logaritmic al amortizării, a factorului de calitate a sistemului oscilant, a coeficientului de rezistență și a accelerației gravitaționale.

Obiective: De rând cu obiectivele generale ale lucrării, la sfârșitul lecției studenții trebuie să mai fie capabili:

- să definească oscilațiile armonice și amortizarea oscilațiilor;
- să stabilească experimental și să utilizeze graficul dependenței $\ln(t_{4n+1}/t_1)$ în funcție de intervalul de timp t al oscilațiilor pentru determinarea coeficientului de amortizare β ;
- să stabilească experimental și să utilizeze graficul dependenței mărimii $\beta_{n1}^2 + 4\pi^2/\bar{T}_{n1}^2$ în funcție de valoarea inversă a lungimii pendulului $1/l$ pentru determinarea accelerației gravitaționale;
- să determine decrementul logaritmic al amortizării și factorul de calitate al sistemului oscilant;
- să stabilească experimental și să utilizeze graficul dependenței decrementului logaritmic al amortizării oscilațiilor în funcție de \sqrt{l} pentru determinarea coeficientului de rezistență r_δ ;
- să stabilească experimental și să utilizeze graficul dependenței factorului de calitate al sistemului oscilant în funcție de $1/\sqrt{l}$ pentru determinarea coeficientului de rezistență r_q ;

- să estimeze prin metoda celor mai mici pătrate erorile standard și relativă comise la determinarea coeficientului de amortizare, a decrementului logaritmic al amortizării, a factorului de calitate, a coeficientului de rezistență și a accelerației gravitaționale;
- să tragă concluzii privind veridicitatea legii oscilațiilor amortizate $x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$, a dependențelor decrementului logaritmic al amortizării δ și factorului de calitate Q ale sistemului oscilant de \sqrt{l} și, respectiv, $1/\sqrt{l}$;
- să tragă concluzii privind metoda aplicată la determinarea coeficientului de amortizare, a decrementului logaritmic al amortizării, a factorului de calitate al sistemului oscilatoriu, a coeficientului de rezistență, a accelerației gravitaționale, precum și privind valorile obținute pentru aceste mărimi.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 1 senzor, stativ, mufe, bară scurtă, cilindru cu orificiu axial ce trece în oblic, bulon cu orificiu axial, pendul gravitațional, riglă.

De studiat: pp. 3–18, și cap.27, §28.1 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Oscilațiile unui punct material se numesc armonice dacă ele au loc după legea sinusului sau cosinusului:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (9.1)$$

Aici x este elongația (abaterea punctului material de la poziția de echilibru), A este amplitudinea oscilațiilor egală cu abaterea maximă a punctului material de la poziția de echilibru, ω_0 este frecvența ciclică a oscilațiilor, legată cu frecvența oscilațiilor ν_0 și perioada lor T_0 prin relațiile $\omega_0 = 2\pi\nu_0 = 2\pi/T_0$. Pentru pendulul

gravitațional (*fig. 9.1*) $\omega_0 = \sqrt{g/l}$, unde g este accelerația gravitațională, iar l este lungimea pendulului. Argumentul funcției sinus $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ se numește fază a oscilațiilor, iar valoarea fazei la momentul inițial de timp φ_0 se numește fază inițială.

Atenuarea treptată în timp a oscilațiilor se numește **amortizare**. Amortizarea oscilațiilor mecanice este condiționată de pierderile de energie ale sistemului oscilatoriu în urma acțiunii asupra lui a forțelor de frecare și rezistență din partea mediului înconjurător. Dacă viteza corpului oscilator nu este mare, atunci forța de rezistență \vec{F}_{rez} ce acționează asupra lui din partea mediului este proporțională cu viteza corpului \vec{v} :

$$\vec{F}_{rez} = -r\vec{v}, \quad (9.2)$$

unde r este coeficientul de rezistență. El depinde de forma corpului, dimensiunile lui și de proprietățile mediului în care acesta se mișcă. Semnul „minus” în (9.2) arată că forța de rezistență \vec{F}_{rez} este orientată în sens opus vitezei corpului \vec{v} .

Se poate demonstra că acțiunea forței de rezistență asupra sistemului oscilator conduce la micșorarea în timp a amplitudinii oscilațiilor după legea exponențială

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \quad (9.3)$$

unde A_0 este amplitudinea oscilațiilor la momentul inițial de timp $t = 0$, iar

$$\beta = r/(2m) \quad (9.4)$$

și se numește coeficient de amortizare. Acțiunea forței de rezistență (9.2) modifică, de asemenea, frecvența ciclică și perioada oscilațiilor:

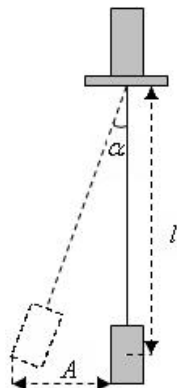


Fig. 9.1

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (9.5)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (9.6)$$

Ultima formulă în cazul pendulului gravitațional poate fi reprezentată și sub aspectul

$$\beta^2 + \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l}. \quad (9.7)$$

Astfel, un oscilator real efectuează oscilații după legea:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (9.8)$$

Viteza descreșterii amplitudinii oscilațiilor amortizate se caracterizează cu ajutorul decrementului logaritmic al amortizării δ care reprezintă o mărime adimensională egală cu logaritmul natural al raportului dintre valorile amplitudinilor oscilațiilor amortizate la momentele de timp t și $t + T$:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (9.9)$$

O altă caracteristică a sistemului oscilatoriu este factorul de calitate al acestuia:

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)}, \quad (9.10)$$

unde $E(t)$ și $E(t+T)$ sunt energiile oscilațiilor sistemului la momentele de timp t și, respectiv, $t+T$. Întrucât energia oscilațiilor $E(t)$ este proporțională cu pătratul amplitudinii oscilațiilor $A^2(t)$, pentru factorul de calitate obținem:

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}}. \quad (9.11)$$

Dacă decrementul logaritmic al amortizării este mic ($\delta \ll 1$), atunci $e^{-2\delta} \approx 1 - 2\delta$ și

$$Q \approx \pi/\delta. \quad (9.12)$$

Considerând $x = 0$ pentru $t = 0$, obținem $\varphi_0 = 0$ și (9.8) capătă aspectul

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin \omega t. \quad (9.13)$$

Viteza oscilatorului

$$v = dx/dt = A_0 e^{-\beta t} (\omega \cos \omega t - \beta \sin \omega t). \quad (9.14)$$

La momentele de timp $t'_n = nT$ vitezele oscilatorului sunt

$$v_n = A_0 e^{-\beta nT} (\omega \cos 2n\pi - \beta \sin 2n\pi) = A_0 \omega e^{-\beta nT}. \quad (9.15)$$

În experiență numărul de perioade n este limitat de numărul maxim de intervale de timp $N_{\max} = 99$ pe care îl poate măsura și memoriza cronometrul electronic. De aceea $0 \leq n \leq 24$. Viteza inițială v_0 se obține pentru valoarea $n = 0$:

$$v_0 = A_0 \omega. \quad (9.16)$$

Astfel, obținem $v_0/v_n = e^{\beta nT}$, sau

$$\ln(v_0/v_n) = \beta nT. \quad (9.17)$$

Vitezele instantanee v_n (în punctul $x = 0$) la mijlocul intervalelor de timp t_{4n+1} , în care obturatorul căruciorului acoperă fascicolul de radiație infraroșie al senzorului după terminarea fiecărei perioade, se vor aproxima cu vitezele medii pe distanța egală cu grosimea d

a cilindrului-obturator ce efectuează oscilații amortizate după cum urmează:

$$v_0 = d/t_1, v_1 = d/t_5, v_2 = d/t_9, \dots, v_n = d/t_{4n+1}. \quad (9.18)$$

Mijlocul primului interval de timp t_1 se va lua în calitate de origine la măsurarea timpului, întrucât în caz contrar faza inițială $\varphi_0 \neq 0$ și nu s-ar mai putea scrie relația (9.13) și, prin urmare, nici (9.17). Astfel, vom considera că vitezele (9.18) se măsoară la următoarele momente de timp:

$$\begin{aligned} t'_0 &= 0, \quad t'_1 = T = t_1/2 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5/2, \\ t'_2 &= 2T = t'_1 + t_5/2 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9/2, \dots, \\ t'_n &= nT = t'_{n-1} + t_{4n-3}/2 + t_{4n-2} + t_{4n-1} + t_{4n} + t_{4n+1}/2 = \\ &= t_1/2 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + \dots + t_{4n+1}/2. \end{aligned} \quad (9.19)$$

Substituind (9.18) și (9.19) în (9.17), obținem următoarea dependență echivalentă relației (9.17) și, prin urmare, relației (9.8), dar exprimată în mărimi măsurabile în mod direct:

$$\ln(t_{4n+1}/t_1) = \beta(t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2), \quad (9.20)$$

unde, formal, $1 \leq n \leq 24$. Dependența (9.20) reprezintă o funcție liniară de forma $Y = pX$, întrucât valorii $n=0$ îi corespunde momentul inițial de timp $t'_0 = 0$. Aici

$$Y = \ln(t_{4n+1}/t_1), \quad (9.21)$$

$$X = t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2, \quad (9.22)$$

iar $p = \beta$. Astfel, dacă legea oscilațiilor amortizate (9.8) este justă, atunci construind după punctele experimentale graficul dependenței $\ln(t_{4n+1}/t_1)$ în funcție de $X = nT = t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2$ trebuie să obținem un segment de dreaptă (fig. 9.2). Segmentul de dreaptă se va construi după cel puțin 5 puncte experimentale. De aceea la efectuarea experienței numărul de perioade se va selecta din intervalul $5 \leq n \leq 24$. Panta acestei drepte p coincide cu coeficientul de

amortizare β . Acesta poate fi calculat folosind metoda celor mai mici pătrate, dar și cu ajutorul graficului, dacă acesta se construiește manual (fig. 9.2):

$$\beta = p = \operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC}. \quad (9.23)$$

Dacă dreapta $Y = pX$, unde

$$Y = \ln(t_{4n+1}/t_1),$$

$$X = t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2$$

(vezi (9.20) - (9.23)) se construiește la calculator folosind rezultatele a $5 \leq n \leq 24$ măsurări ale intervalelor de timp, în care fascicolul senzorului este acoperit de către obturatorul oscilatorului după fiecare perioadă a oscilațiilor, atunci panta dreptei $p = \beta$ și eroarea ei standard $\Delta p = \Delta \beta$ se vor calcula aplicând metoda celor mai mici pătrate. Analogic se vor determina și erorile standard ale celorlalte mărimi. Calculele erorilor standard se vor efectua pentru nivelul de încredere $P^* = 0,6827$ urmând ca alte nivele de încredere să fie examinate după necesități.

Trebuie de remarcat, că formula (9.20) este valabilă numai pentru **pendulul plan** (pendulul, oscilațiile căruia se produc într-un plan). De aceea la colectarea datelor experimentale trebuie să verificăm de fiecare dată dacă oscilațiile pendulului se produc în unul și același plan. În caz contrar, oscilațiile se vor excita din nou, întrucât punctele experimentale (fig. 9.2) nu se vor mai distribui de-a lungul unei drepte.

Experiența poate fi repetată pentru $n_1 \geq 5$ valori ale lungimii pendulului gravitațional ($n_1 \geq 5$ serii de măsurări), obținând $n_1 \geq 5$ valori ale decrementului logaritm al amortizării

$$\delta_{n_1} = \beta \bar{T}_{n_1} \quad (9.24)$$

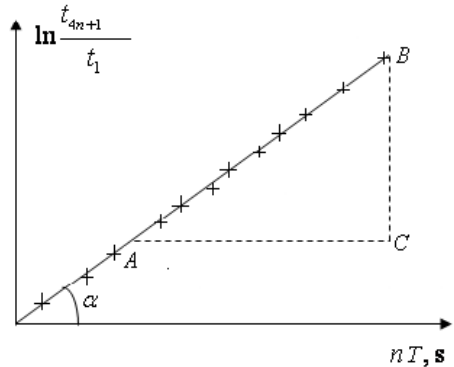


Fig. 9.2

și $n_1 \geq 5$ valori ale factorului de calitate al sistemului oscilatoriu

$$Q_{n1} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta_{n1}}}, \quad (9.25)$$

unde \bar{T}_{n1} este valoarea medie a perioadei pendulului în seria dată de măsurări:

$$\bar{T}_{n1} = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_n}{n}, \quad (9.26)$$

$$T_n = t_{4n-3}/2 + t_{4n-2} + t_{4n-1} + t_{4n} + t_{4n+1}/2.$$

La determinarea coeficientului de amortizare trebuie să ținem seama și de faptul că formulele (9.8) și (9.13) sunt valabile numai pentru unghiuri mici $\alpha \leq 5^\circ$ de abatere a pendulului gravitațional (fig. 9.1) de la poziția de echilibru. În aceleași condiții este valabilă și relația (9.20), cu ajutorul căreia se determină coeficientul de amortizare β . Dacă condiția $\alpha \leq 5^\circ$ nu este satisfăcută, atunci se atestă o dependență slabă a coeficientului de amortizare de amplitudinea oscilațiilor. Deoarece unghiul de abatere se ia aproximativ, este nevoie ca β să fie determinat de câteva ori și să se calculeze valoarea lui medie. De aceea în cadrul fiecărei din cele $n_1 \geq 5$ serii sunt prevăzute $1 \leq n_2 \leq 10$ subserii de măsurări pentru una și aceeași lungime l a pendulului gravitațional și, eventual, pentru unghiuri de abatere puțin diferite. În acest caz \bar{T}_{n1} din formula (9.24) va reprezenta valoarea medie a perioadei oscilațiilor în toate cele $1 \leq n_2 \leq 10$ subserii de măsurări:

$$\bar{T}_{n1} = \frac{\bar{T}_1 + \bar{T}_2 + \dots + \bar{T}_{n2}}{n_2}, \quad (9.27)$$

iar $\bar{\beta}$ - valoarea medie a coeficientului de amortizare în seria n_1 ce conține n_2 subserii:

$$\bar{\beta}_{n1} = (\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_{n2})/n_2. \quad (9.28)$$

În cazul când $n_2 > 1$, formula (9.24) poate fi scrisă sub forma:

$$\delta_{n1} = \bar{\beta} \bar{T}_{n1}, \quad (9.29)$$

unde

$$\bar{\beta} = (\bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2 + \dots + \bar{\beta}_{n1}) / n_1, \quad (9.30)$$

iar \bar{T}_{n1} se va calcula cu formula (9.27). În acest caz la calcularea factorului de calitate se va utiliza, evident, valoarea decrementului logaritmic calculată cu formula (9.29).

Experiența demonstrează că valoarea coeficientului de amortizare a oscilațiilor pendulului gravitațional este de ordinul $\beta \approx 0,005$, adică $\beta^2 \ll 1$, iar $\omega_0^2 = g/l \gg 1$ (de exemplu, pentru $l = 0,4$ m, $\omega_0^2 = 24,5$ s⁻²). De aceea, în acest caz, cu un grad înalt de precizie, ținând seama de (9.4), obținem următoarea dependență a decrementului logaritmic al amortizării de lungimea pendulului gravitațional

$$\delta = \beta T = \beta \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \approx \frac{\pi r_\delta}{m\sqrt{g}} \sqrt{l}. \quad (9.31)$$

Aceasta este o funcție liniară de forma $Y_1 = p_1 X_1 + b_1$, unde

$$Y_1 = \delta, \quad X_1 = \sqrt{l}, \quad p_1 = \frac{\pi r_\delta}{m\sqrt{g}},$$

iar b_1 trebuie să satisfacă condiția $b_1 \leq \Delta b_1$, întrucât formula (9.31) indică trecerea prelungirii drepte prin originea de coordonate (fig. 9.3).

Întrucât $\beta \ll 1$, iar perioada

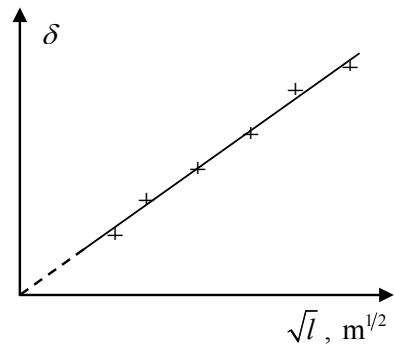


Fig. 9.3

oscilațiilor pendulului gravitațional în experiență nu întrec valoarea de 1,5 s, rezultă că și $\delta \ll 1$. Astfel, cu un grad înalt de precizie, poate fi utilizată formula (9.12) pentru calcularea factorului de calitate Q al sistemului oscilant, obținându-se următoarea dependență a acestuia de lungimea pendulului gravitațional:

$$Q \approx \frac{\pi}{\delta} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{2\beta} \approx \frac{m\sqrt{g}}{r_Q} \cdot \frac{1}{\sqrt{l}}. \quad (9.32)$$

Această dependență, de asemenea, reprezintă o funcție liniară de forma $Y_2 = p_2 X_2 + b_2$, unde $Y_2 = Q$, $X_2 = \frac{1}{\sqrt{l}}$, $p_2 = \frac{m\sqrt{g}}{r_Q}$, iar b_2

trebuie să satisfacă condiția $b_2 \leq \Delta b_2$, întrucât formula (9.32) indică trecerea prelungirii dreptei prin originea de coordonate (fig. 9.4). Construind după punctele experimentale graficele dependențelor (9.31) și (9.32) se pot determina valorile pantelor acestora p_1 și, respectiv, p_2 , iar cu ajutorul lor valorile coeficientului de rezistență:

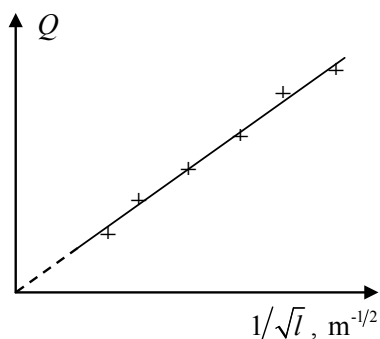


Fig. 9.4

$$r_\delta = \frac{m\sqrt{g}}{\pi} \cdot p_1, \quad r_Q = \frac{m\sqrt{g}}{p_2}. \quad (9.33)$$

Evident, aceste valori trebuie să coincidă în limitele anumitor erori. Pentru determinarea lor este nevoie de valoarea accelerației gravitaționale. Se poate utiliza valoarea cunoscută a acesteia, dar în lucrare ea, totuși, se măsoară indirect construind după punctele

experimentale graficul dependenței liniare (9.7) de forma $Y_3 = p_3 X_3$, unde $Y_3 = \beta^2 + \frac{4\pi^2}{T^2}$, $X_3 = \frac{1}{l}$, iar $p_3 = g$. Determinarea valorii accelerației gravitaționale și compararea ei cu valoarea cunoscută din alte experiențe constituie o confirmare în plus a valorilor determinate ale coeficientului de rezistență r_δ și r_Q .

Fișa de lucru

1. Fixați cu ajutorul unei mufe pe unul din suporturile din stânga ale stativului un senzor al cronometrului electronic.
2. Cu ajutorul altei mufe, fixați pe același suport o bară scurtă, iar pe ea o altă mufă cu pendulul gravitațional. Stabiliți pendulul astfel, încât fascicolul senzorului să cadă pe mijlocul cilindrului pendulului.
3. Accesați programul pentru efectuarea lucrării de laborator și completați grupa, numele și prenumele, numele și prenumele profesorului, precum și scopul lucrării, aparatele și accesoriile.
4. Cu ajutorul butonului „**Continuare**” ajungeți la fereastra „**Efectuarea măsurărilor**”.
5. Selectați numărul de serii n_1 , numărul de subserii n_2 , numărul de perioade de măsurat n , determinați prin cântărire masa pendulului gravitațional m , măsurați cu rigla lungimea pendulului l , începând de la o astfel de valoare încât să puteți asigura toate seriile de măsurări selectate. Introduceți aceste mărimi în calculator.
6. Conectați cronometrul electronic prin cablul COM la calculator și declanșați-l.
7. Excitați oscilații mici ale pendulului și dacă ele sunt cele dorite accesați butonul „**Start**” astfel încât primul interval de timp

măsurat să fie cel de acoperire a fascicolului senzorului de către pendulul obturator.

8. La terminarea măsurărilor intervalelor de timp, accesați butonul „**Citirea intervalelor**” și transferați-le în calculator, obținând graficul dependenței (9.20), precum și valoarea coeficientului de amortizare β .
9. Accesați butonul „**Următoarea măsurare**” și repetați punctele 7 și 8 până la terminarea tuturor subseriilor de măsurări ale primei serii.
10. Accesați butonul „**Următoarea măsurare**” și treceți la cea de a doua serie. Măriți lungimea pendulului, măsați-o și introduceți valoarea obținută în calculator.
11. Excitați oscilații mici și repetați punctele 7, 8, 9 și 10 până la terminarea tuturor seriilor selectate.
12. Accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Procesarea datelor experimentale**”, în care vizualizați și analizați tabelul valorilor medii.
13. Accesați butonul „**Prelucrarea datelor experimentale**” și obțineți valorile $g, r_\delta, b_1, r_Q, b_2, \beta_{med}$, precum și graficele dependențelor (9.7), (9.31) și (9.32).
14. Accesați butonul „**Calculul erorilor**” și obțineți valorile erorilor standard $\Delta g, \Delta r_\delta, \Delta b_1, \Delta r_Q, \Delta b_2, \Delta \beta_{med}$ calculate prin metoda celor mai mici pătrate.
15. Completați spațiile destinate pentru rezultatele finale.
16. Accesați butonul „**Concluzii**” și formulați-le.
17. Accesați butonul „**Referat**”, și inițiați programul de perfectare a referatului la lucrarea efectuată. Salvați referatul.
18. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea lucrării de laborator.

Întrebări de control

1. Definiți oscilațiile armonice și caracteristicile lor (elongația, amplitudinea, frecvența ciclică, frecvența, perioada, faza și faza inițială).
2. Care este frecvența ciclică a oscilațiilor pendulului gravitațional?
3. Definiți amortizarea oscilațiilor și explicați care este cauza acesteia.
4. Ce forță de rezistență acționează asupra pendulului?
5. Ce se numește coeficient de rezistență?
6. Care sunt consecințele acțiunii forței de rezistență?
7. Cum variază amplitudinea oscilațiilor amortizate?
8. Care mărime este numită coeficient de amortizare?
9. Cum modifică forța de rezistență frecvența ciclică și perioada oscilațiilor?
10. Care este legea oscilațiilor amortizate?
11. Ce mărime descrie viteza descreșterii amplitudinii oscilațiilor amortizate? Definiți-o.
12. Definiți factorul de calitate ale sistemului oscilatoriu.
13. Ce relație există între factorul de calitate și decrementul logaritmic al amortizării?
14. Cum se modifică relația dintre factorul de calitate și decrementul logaritmic în cazul valorilor mici ale decrementului logaritmic?
15. Cum se modifică legea oscilațiilor amortizate în cazul lipsei fazei inițiale?
16. Care este viteza pendulului și cum se calculează ea?
17. Ce valori are viteza pendulului peste un număr întreg de perioade?
18. Ce număr de perioade poate fi selectat în experiment?

19. Ce relație există între viteza pendulului la momentul de timp egal cu un număr întreg de perioade și perioada oscilațiilor?
20. Ce aproximație se utilizează la determinarea vitezelor instantanee v_n ?
21. În ce punct al traiectoriei pendulului se determină vitezele instantanee v_n ?
22. Care este originea de măsurare a timpului în această lucrare de laborator?
23. Cum se asigură valoarea nulă a fazei inițiale a oscilațiilor în experiment?
24. La ce momente de timp se determină (se măsoară indirect) vitezele instantanee v_n ?
25. Ce relație se utilizează pentru determinarea coeficientului de amortizare și cum se obține aceasta?
26. Cum se determină coeficientul de amortizare în experiența efectuată?
27. De ce oscilațiile pendulului trebuie să se producă în unul și același plan?
28. Câte serii de măsurări se recomandă de realizat și de ce?
29. Câte subserii de măsurări se pot realiza în cadrul fiecărei serii?
30. Cum se determină valoarea medie a perioadei oscilațiilor în cazul unei singure subserii de măsurări?
31. Cum se determină valoarea medie a perioadei oscilațiilor în seria n_1 ce conține n_2 subserii de măsurări?
32. Cum se determină valoarea medie a coeficientului de amortizare în seria n_1 ce conține n_2 subserii de măsurări?
33. Cum se determină valoarea decrementului logaritm al amortizării oscilațiilor în seria n_1 ce conține n_2 subserii de măsurări?

34. Cum se determină valoarea factorului de calitate al sistemului oscilatoriu în seria n_1 ce conține n_2 subserii de măsurări?
35. Care este dependența decrementului logaritm al amortizării oscilațiilor de lungimea pendulului gravitațional pentru cazul când $\beta^2 \ll 1$ și cum aceasta se obține? Care este graficul acestei dependențe? Când se consideră că acest grafic trece prin origine și când nu?
36. Care este dependența factorului de calitate al sistemului oscilatoriu de lungimea pendulului gravitațional pentru cazul când $\beta^2 \ll 1$ și cum aceasta se obține? Care este graficul acestei dependențe? Când se consideră că acest grafic trece prin origine și când nu?
37. Cum se determină valorile coeficienților de rezistență r_δ , r_Q și ce relație trebuie să existe între aceste valori?
38. Cum se determină în această lucrare valoarea accelerației gravitaționale?
39. Ce nivel de încredere au valorile mărimilor măsurate indirect în experiență? Cum se pot analiza și alte nivele de încredere?
40. Ce concluzie ați trage, dacă graficul dependenței (9.20) construit după punctele experimentale ar reprezenta un segment de dreaptă, prelungirea căruia nu ar trece prin origine?, dar dacă ar trece prin origine?
41. Ce concluzie ați trage, dacă graficele dependențelor (9.31) și (9.32) construite după punctele experimentale ar reprezenta segmente de dreaptă ce nu trec prin origine?
42. Ce concluzie ați trage, dacă valorile coeficienților de rezistență r_δ , r_Q , determinate cu ajutorul graficelor dependențelor (9.31) și (9.32) ar fi egale?

43. Ce concluzie ați trage, dacă valoarea accelerației gravitaționale obținute în experiment ar fi apropiată de valoarea cunoscută din alte experiențe?

Lucrarea de laborator 10c

Studiul oscilațiilor pendulului fizic

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a formulei perioadei pendulului fizic, determinarea coeficientului de amortizare a oscilațiilor, a accelerației gravitaționale, precum și a dependenței perioadei oscilațiilor de distanța axei de pendulare până la centrul de masă al pendulului.

Obiective: De rând cu obiectivele generale ale lucrării, la sfârșitul lecției studenții trebuie să mai fie capabili:

- să definească oscilațiile armonice și amortizarea lor;
- să obțină experimental și să aplice graficul dependenței $\ln(t_{4n+1}/t_1) = \beta(t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2)$ pentru determinarea coeficientului de amortizare β ;
- să estimeze influența coeficientului de amortizare β asupra valorii perioadei pendulului fizic;
- să stabilească experimental și să utilizeze graficul dependenței mărimii $Y = 4\pi^2/T^2 + \beta^2$ de mărimea $X = x/(l^2/12 + x^2)$ pentru determinarea accelerației gravitaționale g ;
- să estimeze erorile relativă și absolută comise;
- să tragă concluzii privind veridicitatea formulei perioadei pendulului fizic, metodei de cercetare aplicate și valorii obținute a accelerației gravitaționale g .

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 1 senzor, stativ, pendul fizic, riglă.

De studiat: pp.18–28 cap.27, §28.1 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Se numește pendul fizic orice corp ce se poate roti în jurul unei axe fixe O ce nu trece prin centrul lui de masă C (fig. 10.1). După cum se știe, perioada oscilațiilor mici ($\alpha \leq 5^\circ$) neamortizate ale pendulului fizic se exprimă prin formula

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgx}}, \quad (10.1)$$

unde I este momentul de inerție al corpului în raport cu axa perpendiculară figurii ce trece prin punctul O , m este masa pendulului, g - accelerația gravitațională, iar $x = OC$. Oscilațiile oricărui pendul fizic întotdeauna sunt amortizate, amplitudinea inițială A_0 a oscilațiilor lui se micșorează în timp în conformitate cu legea:

$$A = A_0 e^{-\beta t}, \quad (10.2)$$

unde β este coeficientul de amortizare al oscilațiilor. Respectiv, perioada oscilațiilor crește, devenind

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{4\pi^2/T_0^2 - \beta^2}}. \quad (10.3)$$

De aici se obține următoarea relație între perioadele T și T_0 :

$$\beta^2 + \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T_0^2}. \quad (10.4)$$

Coeficientul de amortizare poate fi determinat utilizând relația

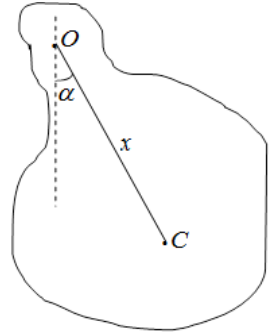


Fig. 10.1

$$\ln(t_{4n+1}/t_1) = \beta(t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2) \quad (10.5)$$

din lucrarea de laborator 9c „Studiul oscilațiilor amortizate”, întrucât modul de măsurare a intervalelor de timp $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{4n+1}$, în care obturatorul pendulului fizic acoperă, descoperă, apoi din nou acoperă și din nou descoperă fascicoul sensorului ș. a. m. d. este același. Astfel,

construind graficul dependenței (10.5) (fig. 10.2), care trebuie să reprezinte o linie dreaptă, și determinând panta ei p_1 folosind metoda celor mai mici pătrate sau din grafic, determinăm, de fapt, coeficientul de amortizare al oscilațiilor pendulului fizic: $\beta = p_1 = BC/AC = \text{tg}\alpha$. Pentru valori mici ale coeficientului de amortizare, deosebirea dintre perioadele oscilațiilor amortizate T și neamortizate T_0 poate fi mai mică decât eroarea cronometrului $\Delta t = 0,0004 \text{ s}$: $T - T_0 < \Delta t$. Substituind aici formula (10.3), ținând seamă că, de regulă, $\beta T_0 \ll 2\pi$ și utilizând formula

aproximativă $1/\sqrt{1-x} \approx 1 + x/2$, obținem următorul criteriu pentru neglijarea coeficientului de amortizare în (10.4):

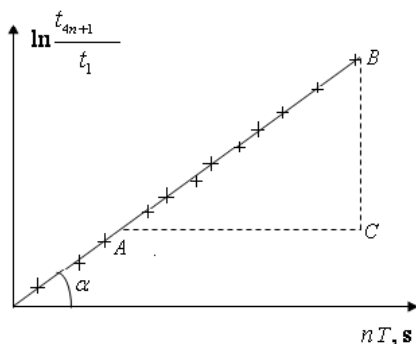


Fig. 10.2

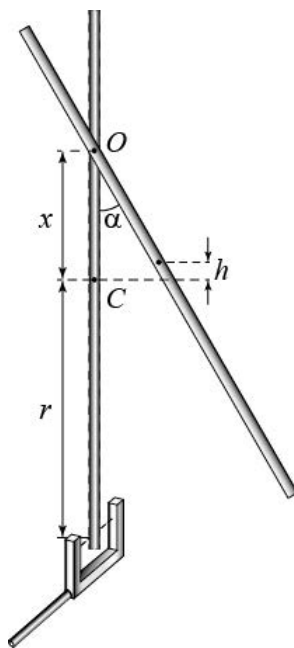


Fig. 10.3

$$\beta < \beta_0 = \frac{2\pi}{T_0} \sqrt{\frac{2\Delta t}{T_0}}. \quad (10.6)$$

Din (10.6) rezultă că pentru $T_0 = 1\text{s}$ coeficientul de amortizare $\beta < 0,18\text{s}^{-1}$, iar pentru $T_0 = 3,5\text{s}$ – $\beta < 0,027\text{s}^{-1}$. Dacă relația (10.6) este satisfăcută, atunci se poate considera $\beta \approx 0$ și $T = T_0$.

În calitate de pendul fizic vom considera o bară omogenă subțire cu adâncituri conice, simetrice, realizate peste fiecare 10 mm de la centrul ei de masă C . Bara poate fi suspendată pe două cuie de asemenea conice, care servesc în calitate de axă de pendulare. Ea poate fi fixată pe oricare pereche de adâncituri simetrice, astfel având posibilitatea de a varia distanța $OC = x$ de la centrul de masă (fig. 10.3). Notăm masa barei cu m . În conformitate cu teorema lui Steiner, momentul de inerție al barei în raport cu axa de pendulare: $I_b = I_{bc} + mx^2$, unde momentul de inerție al barei în raport cu axa ce trece prin centrul ei de masă (mijlocul ei) $I_{bc} = ml^2/12$. Astfel, momentul de inerție al pendulului considerat în raport cu axa de pendulare situată la distanța x de la centrul de masă C este

$$I = ml^2/12 + mx^2. \quad (10.7)$$

După cum arată experiența, amortizarea oscilațiilor pendulului fizic considerat este mică ($\beta \approx 0,05\text{s}^{-1}$), însă pentru unele valori ale distanței $OC = x$ relația (10.6) poate să nu fie satisfăcută. În acest caz trebuie luată în seamă amortizarea oscilațiilor pendulului. Substituind (10.7) în (10.1), pentru perioada oscilațiilor neamortizate, obținem:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l^2/12 + x^2}{gx}}. \quad (10.8)$$

Substituind (10.8) în (10.4), pentru perioada oscilațiilor amortizate, se obține relația:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{gx/(l^2/12 + x^2) - \beta^2}}, \quad (10.9)$$

care trece în (10.8), dacă $\beta \approx 0$. Relația (10.9) poate fi verificată experimental transformând-o într-o dependență liniară. Din (10.9) se observă că $\frac{gx}{l^2/12 + x^2} T^2 - \beta^2 T^2 = 4\pi^2$, iar de aici rezultă dependența:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} + \beta^2 = g \frac{x}{l^2/12 + x^2}. \quad (10.10)$$

Această relație poate fi considerată ca o funcție liniară de tipul $Y = pX + b$, unde $Y = 4\pi^2/T^2 + \beta^2$ (T se măsoară direct utilizând cronometrul electronic), $X = x/(l^2/12 + x^2)$, iar $b = 0$. Panta acestei drepte $p = g$. Astfel construind graficul dependenței liniare (10.10) după punctele experimentale, poate fi verificată formula perioadei oscilațiilor amortizate a pendulului fizic și determinată accelerația gravitațională $g = p$. Segmentul tăiat de dreaptă pe axa ordonatelor, după cum arată formula (10.10), trebuie să fie egal cu zero. Totuși, în scopul excluderii unei eventuale erori sistematice, ce se poate comite în experiment, la procesarea datelor vom considera $b \neq 0$.

Revenind la relația (10.9), observăm că dependența perioadei oscilațiilor amortizate de distanța $OC = x$ a axei de pendulare de la centrul de masă (fig. 10.3) este determinată de produsul a doi factori concurenți: x , care este o funcție monoton crescătoare, și

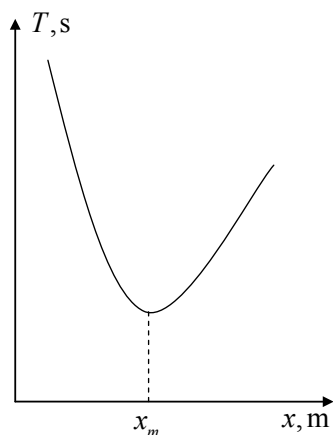


Fig. 10.4

$1/(l^2/12 + x^2)$, care este o funcție monoton descrescătoare. Acest fapt ne arată că mărimea $x/(l^2/12 + x^2)$ pentru o anumită valoare a distanței $x = x_m$ va atinge valoarea maximă. Respectiv, perioada oscilațiilor amortizate, dar și a celor neamortizate, va atinge valoarea minimă. Aceste raționamente ne permit să conchidem că perioada oscilațiilor pendulului fizic considerat va descrește odată cu creșterea distanței x începând de la valori mici (de ordinul a 2 – 3 cm), va atinge o valoare minimă pentru $x = x_m$, apoi va crește din nou, dacă x va crește în continuare. Rezultă că graficul dependenței perioadei oscilațiilor de distanța x trebuie să aibă aproximativ aspectul din *figura 10.4*. Valoarea distanței $x = x_m$, pentru care perioada oscilațiilor atinge valoarea minimă, se poate determina cerând ca derivata expresiei de sub semnul radicalului din (10.9) să fie egală cu zero, adică $\left[x/(l^2/12 + x^2) \right]' = 0$. De aici se obține

$$x_m = l/(2\sqrt{3}). \quad (10.11)$$

Substituind (10.11) în (10.9), obținem valoarea minimă a perioadei oscilațiilor amortizate a pendulului fizic studiat:

$$T_{\min} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\sqrt{3}g}{l} - \beta^2}} \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{3}g}}. \quad (10.12)$$

Dependența perioadei oscilațiilor barei omogene de distanța $OC = x$ (*fig. 10.4*), precum și formulele (10.11) și (10.12), de asemenea, pot fi verificate experimental. Pentru aceasta trebuie să construim după punctele experimentale dependența perioadei de distanța x , iar din graficul obținut să determinăm valorile experimentale ale mărimilor x_m și T_{\min} , care pot fi comparate cu valorile teoretice (10.11) și (10.12).

Dacă dreapta $Y = p_1 X$, unde $Y = \ln(t_{4n+1}/t_1)$, $X = t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2$ (vezi (10.5)) se construiește la calculator folosind rezultatele a $5 \leq n \leq 15$ măsurări a intervalelor de timp, în care fascicolul senzorului este acoperit de către obturatorul pendulului fizic după fiecare perioadă a oscilațiilor, atunci panta dreptei $p_1 = \beta$ și eroarea ei $\Delta p_1 = \Delta \beta$ se vor calcula aplicând metoda celor mai mici pătrate. Aici Δp_1 coincide cu eroarea standard.

Analogic se va determina și eroarea accelerației gravitaționale $\Delta g = \Delta p$. Termenul liber din ecuația $Y = pX + b$ și eroarea lui Δb , de asemenea, se vor calcula cu aceeași metodă. Deoarece în (10.10) $b = 0$, trebuie să se îndeplinească inegalitatea $\Delta b \geq b$.

Erorile absolute Δx_m și ΔT_{\min} se vor estima ca fiind modulele abaterilor valorilor experimentale determinate din grafic (fig. 10.4) de la cele teoretice calculate cu formulele (10.11) și (10.12). Calculele erorilor standard se vor efectua pentru nivelul de încredere $P^* = 0,6827$ urmând ca alte nivele de încredere să fie examinate după necesități.

Fișa de lucru

1. Fixați bara pe axa de pendulare la o distanță de 2-3 cm de la centrul ei de masă, excitați oscilații mici și încredințați-vă că ele se produc în condiții satisfăcătoare. Stabiliți senzorul astfel încât în procesul oscilațiilor fascicolul lui să fie întretăiat de bară.
2. Accesați programul pentru efectuarea lucrării de laborator și introduceți datele cerute.
3. Excitați oscilații mici ale pendulului, declanșați cronometrul și accesați butonul „**Start**”, la momentul când pendulul se află abătut de la poziția de echilibru, măsurați $4n+1$ intervale consecutive de timp.

4. Dacă măsurările au avut loc în condiții satisfăcătoare, accesați butonul „**Citirea datelor**”, în caz contrar, – butonul „**Restart**” și repetați măsurările. Ca rezultat obțineți graficul dependenței (10.5), valoarea coeficientului de amortizare β și eroarea standard a acestuia $\Delta\beta$.
5. Cunoscând valoarea medie T a perioadei, verificați prin calcule dacă relația (10.6) este satisfăcută sau nu și stabiliți dacă trebuie sau nu luat în considerare β .
6. Deplasați axa de pendulare cu 1 cm de la centrul de masă și repetați punctele 3, 4 și 5 până la terminarea numărului selectat de serii.
7. După terminarea tuturor seriilor de măsurări, accesați butonul „**Continuare**”, ajungeți la fereastra „**Prelucrarea datelor experimentale**” și analizați tabelele valorilor medii ale perioadelor oscilațiilor, ale mărimilor $Y = 4\pi^2/T^2 + \beta^2$ și $X = x/(l^2/12 + x^2)$, precum și ale coeficientului de amortizare β .
8. Accesați butonul „**Procesarea datelor experimentale**” și vizualizați graficul dependenței (10.10), calculați panta dreptei ce coincide cu accelerația gravitațională și valoarea termenului liber b din (10.10). Prin accesarea aceluiași buton se obține și graficul dependenței (10.9), determinând x_m și T_{\min} .
9. Accesați butonul „**Calculul erorilor**” și obțineți eroarea standard a accelerației gravitaționale Δg , precum și eroarea standard a termenului liber. Stabiliți dacă $\Delta b \geq b$.
10. Completați spațiile destinate pentru rezultatele finale.
11. Accesați butonul „**Concluzii**” și formulați-le (formularea concluziilor poate fi finalizată și după salvarea referatului).
12. Accesați butonul „**Referat**”, obțineți referatul la lucrarea de laborator și salvați-l.
13. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea lucrării de laborator.

Întrebări de control

1. Ce se numește pendul fizic?
2. Definiți oscilațiile armonice și caracteristicile acestora (elongația, amplitudinea, frecvența ciclică, frecvența, perioada, faza și faza inițială).
3. Definiți amortizarea oscilațiilor și explicați care este cauza ei.
4. Care este formula perioadei oscilațiilor mici neamortizate ale pendulului fizic?
5. Ce reprezintă mărimea fizică I în formula perioadei și cum ea se determină?
6. Care este formula perioadei oscilațiilor mici amortizate ale pendulului fizic?
7. Cum variază în timp amplitudinea oscilațiilor în prezența amortizării?
8. Ce mărime se numește coeficient de amortizare?
9. Cum modifică forța de rezistență frecvența ciclică și perioada oscilațiilor?
10. Care este legea oscilațiilor amortizate?
11. Ce mărime descrie viteza descreșterii amplitudinii oscilațiilor amortizate? Definiți-o.
12. Cum se modifică legea oscilațiilor amortizate în cazul lipsei fazei inițiale?
13. Care este viteza pendulului și cum se calculează aceasta?
14. Ce valori are viteza pendulului peste un număr întreg de perioade?
15. Ce număr de perioade poate fi selectat în experiment?
16. Ce relație există între viteza pendulului la momentul de timp egal cu un număr întreg de perioade și perioada oscilațiilor?
17. Ce aproximație se utilizează la determinarea vitezelor instantanee v_n ?
18. În ce punct al traiectoriei pendulului se determină vitezele instantanee v_n ?

19. Care este originea de măsurare a timpului în această lucrare de laborator?
20. Cum se asigură valoarea nulă a fazei inițiale a oscilațiilor în experiment?
21. La ce momente de timp se determină (se măsoară indirect) vitezele instantanee v_n ?
22. Ce relație se utilizează pentru determinarea coeficientului de amortizare și cum se obține aceasta?
23. Cum se determină coeficientul de amortizare în experiență?
24. Care este criteriul de neglijare a coeficientului de amortizare în experiență și cum acesta se obține?
25. Care este dependența perioadei oscilațiilor neamortizate ale pendulului fizic de distanța x de la axa de pendulare până la centrul lui de masă?
26. Care este dependența perioadei oscilațiilor amortizate a pendulului fizic de distanța x de la axa de pendulare până la centrul lui de masă? Ce formă are graficul acestei dependențe și de ce?
27. Care este valoarea teoretică minimă a perioadei oscilațiilor pendulului fizic T_{\min} , care sunt raționamentele ce permit determinarea acestei valori și pentru ce valoare a distanței x ea se obține?
28. Cum se determină experimental T_{\min} și x_m ?
29. Cum poate fi verificată experimental dependența (10.9) a perioadei oscilațiilor amortizate de distanța x ?
30. De ce la verificarea experimentală a relației (10.10) se consideră $b \neq 0$?
31. Când se consideră că dreapta (10.10) construită după punctele experimentale trece prin originea de coordonate și ce înseamnă aceasta?
32. Cum se determină în experiment valorile pantelor p_1 și p ale dreptelor (10.5) și, respectiv, (10.10)?

33. Cum se determină în experiment valorile erorilor standard Δp_1 și Δp ale pantelor dreptelor (10.5) și, respectiv, (10.10)?
34. Ce nivel de încredere au rezultatele obținute? Cum se pot analiza și alte nivele de încredere?
35. Cum se estimează în experiment valorile erorilor absolute Δx_m și ΔT_{\min} ?
36. Ce concluzie ați trage, dacă graficul dependenței (10.5), construit după punctele experimentale ar reprezenta un segment de dreaptă, prelungirea căreia nu ar trece prin origine?, dar dacă ar trece prin origine?
37. Ce concluzie ați trage, dacă graficul dependenței (10.10), construit după punctele experimentale, ar reprezenta un segment de dreaptă, prelungirea căreia nu ar trece prin origine?, dar dacă ar trece prin origine?
38. Ce concluzie ați trage, dacă panta dreptei (10.10) construită după punctele experimentale, ar coincide cu valoarea cunoscută din alte experiențe pentru determinarea accelerației gravitaționale?
39. Ce concluzie ați trage, dacă valorile teoretice și experimentale ale mărimilor T_{\min} și x_m în limitele anumitor erori ar coincide?

Lucrarea de laborator 11c

Studiul oscilațiilor de torsiune și determinarea modulului de forfecare

Scopul lucrării: Verificarea experimentală a formulei perioadei pendulului de torsiune și determinarea modulului de forfecare.

Obiective: De rând cu obiectivele generale ale lucrării, la sfârșitul lecției, studenții trebuie să mai fie capabili:

- să definească oscilațiile armonice și amortizarea acestora;

- să obțină experimental și să aplice graficul dependenței $\ln(t_{4n+1}/t_1) = \beta(t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2)$ pentru determinarea coeficientului de amortizare a oscilațiilor β ;
- să estimeze influența coeficientului de amortizare β asupra valorii perioadei pendulului de torsiune;
- să stabilească experimental și să utilizeze graficul dependenței

$$\text{mărimii} \quad Y = \frac{1}{T'^2 - T_0'^2} \quad \text{de} \quad \text{mărimia}$$

$$X = \frac{D^4}{128\pi m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{R^2}{2} + 2x^2 \right) l \left[1 + \frac{\beta^2 (T'^2 + T_0'^2)}{4\pi^2} \right]} \quad \text{pentru}$$

determinarea modulului de forfecare G ;

- să estimeze erorile relativă și absolută comise;
- să tragă concluzii privind veridicitatea dependenței studiate, metodei aplicate la determinarea modulului de forfecare și valorii modulului de forfecare obținute în experiment.

Materiale și accesorii: Calculator, soft pentru procesarea datelor experimentale, cablu COM, cronometru electronic, 1 senzor, stativ, pendul de torsiune, riglă.

De studiat: pp. 28–42 cap.27, §28.1 din [1].

Considerații teoretice și experimentale

Orice corp suspendat la capătul unui fir elastic care reprezintă totodată și o axă verticală în jurul căreia corpul se poate roti se numește pendul de torsiune. În această lucrare corpul reprezintă un cilindru împreună cu trei bare înșurubate. Două dintre aceste bare sunt situate de-a lungul unei drepte și pe ele pot fi „îmbrăcați” doi cilindri identici de masă m fiecare ce se fixează simetric la diferite distanțe x de la axa ce reprezintă continuarea firului (*fig. 11.1*). Perpendicular pe barele menționate se înșurubează o bară mai

scurtă pe care la distanța r este fixat un obturator de grosimea d ce permite măsurarea intervalelor de timp, în care fascicolul de radiație infraroșie al sensorului este acoperit sau descoperit.

Rotația barei pendulului de torsiune se supune legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație în raport cu o axă fixă:

$$M = I_0 \varepsilon, \quad (11.1)$$

unde M este momentul rezultat al forțelor ce rotesc bara, I_0 este momentul de inerție al barei descărcate (fig. 11.1), iar ε este accelerația unghiulară a acesteia. Momentul de rotație M apare datorită deformației de răsucire a firului.

Deformația firului, la care fiecare rază a unei secțiuni transversale se rotește în raport cu axa longitudinală, cu unul și același unghi φ , se numește răsucire (fig. 11.2).

Conform legii lui Hooke pentru deformațiile de răsucire, momentul de rotație trebuie să fie proporțional cu deformația unghiulară φ (unghiul de răsucire), dar orientat în sens invers acestei deformații:

$$M = -k\varphi, \quad (11.2)$$

unde coeficientul de proporționalitate k se numește **modul de răsucire** al firului elastic de care este suspendată bara. Formula

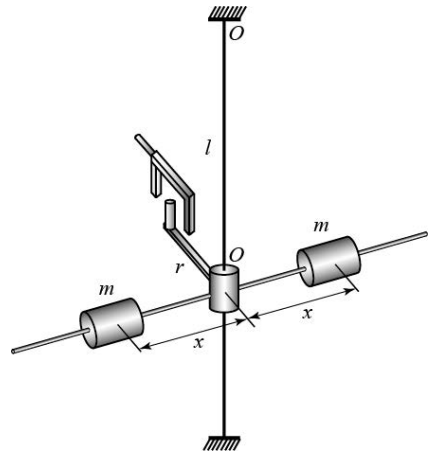


Fig. 11.1

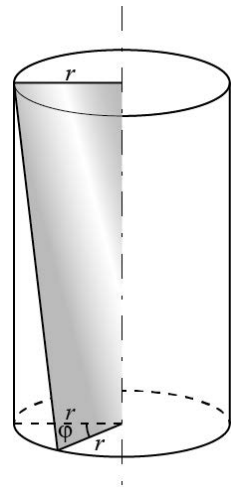


Fig. 11.2

(11.2) este valabilă în limitele elasticității sârmei utilizate (la încetarea acțiunii momentului exterior de răsucire, sârma se restabilește complet atât ca formă, cât și ca volum).

Deformația de răsucire se reduce la deformația de forfecare.

Deformația la care straturile plane ale unui solid, paralele cu un plan fix numit plan de forfecare, se deplasează paralel unul în raport cu altul fără a-și schimba dimensiunile și forma se numește deformație de forfecare.

În figura 11.3 este reprezentat un cub, fața inferioară a căruia este fixată și servește în calitate de plan de forfecare, iar deformația se produce datorită acțiunii asupra feței superioare a unei forțe F tangente la aceasta. Acțiunea forței F conduce la înclinarea fețelor verticale cu un unghi γ , care se numește **unghi de forfecare**. Conform legii lui Hooke pentru deformațiile de forfecare, tensiunea mecanică tangențială, adică mărimea $\tau = F/S$, este proporțională cu unghiul de forfecare:

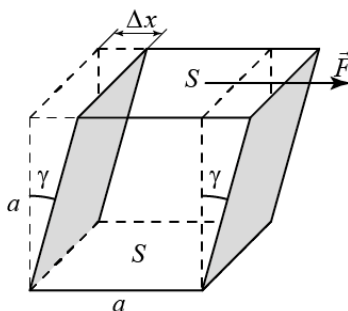


Fig. 11.3

$$\tau = G\gamma, \quad (11.3)$$

unde coeficientul de proporționalitate G se numește **modul de forfecare**, iar S este aria feței superioare. G depinde de materialul din care este confecționat corpul, de temperatura lui, de tratamentul termic și de alți factori. Modulul de forfecare reprezintă o caracteristică importantă a materialelor solide utilizate în construcții și în construcția de mașini și instrumente.

Să determinăm densitatea de energie elastică a unui corp supus deformației de forfecare. Aceasta este egală cu lucrul efectuat de unitatea de volum a corpului deformat la dispariția deformației. Lucrul efectuat de forța $F = \tau S$ care restabilește cubul din figura 11.3 poate fi determinat ca produsul forței menționate și deformația

medie $\Delta x/2$, unde $\Delta x = a\gamma$ este deplasarea feței superioare la deformația de forfecare, iar a este latura cubului considerat:

$$L = F \cdot \frac{\Delta x}{2} = \tau S \cdot \frac{\Delta x}{2} = G\gamma S \cdot \frac{a\gamma}{2} = \frac{G\gamma^2}{2} V = \frac{\tau\gamma}{2} V = \frac{\tau^2}{2G} V,$$

unde $V = Sa$ este volumul cubului. Întrucât energia potențială E_p a cubului deformat, conform definiției, este egală cu lucrul efectuat de cubul deformat la dispariția completă a deformației de forfecare, densitatea de energie elastică este

$$w = \frac{E_p}{V} = \frac{L}{V} = \frac{G\gamma^2}{2} = \frac{\tau\gamma}{2} = \frac{\tau^2}{2G}. \quad (11.4)$$

Să analizăm mai detaliat deformația de răsucire. Vom începe cu răsucirea unui tub cilindric de lungime l având peretele de grosime dr mult mai mică decât raza tubului r (fig. 11.4). Aria bazei tubului este $dS = 2\pi r dr$, iar momentul forțelor ce apar la deformația de răsucire (produsul dintre forță și brațul ei) este $M = \tau dS \cdot r = 2\pi r dr \tau r$, unde τ este tensiunea mecanică tangențială. La revenirea tubului, răsucit cu unghiul φ , în stare inițială nedeformată forțele ce apar la deformația de răsucire efectuează lucrul egal cu produsul dintre momentul forțelor și valoarea medie a deformației unghiului de răsucire $\varphi/2$:

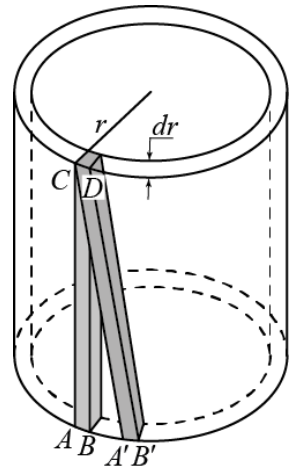


Fig. 11.4

$$L = M \cdot \frac{\varphi}{2} = \frac{M^2}{2k}, \quad (11.5)$$

unde k este modulul de răsucire. În conformitate cu definiția energiei potențiale, această expresie este totodată și energia potențială a tubului supus deformației de răsucire. Împărțind (11.5)

la volumul tubului $V = 2\pi r l dr$, obținem densitatea de energie elastică la deformația de răsucire:

$$w = \frac{\pi \tau^2 r^3 dr}{kl}. \quad (11.6)$$

Această densitate de energie poate fi exprimată și altfel. Pentru aceasta, selectăm din tubul considerat un element infinit mic, reprezentat în *figura 11.4*. Ca rezultat al răsucirii elementul infinit mic al tubului $ABDC$ trece în poziția $A'B'DC$. După cum se vede din figură, aceasta este o deformație de forfecare. Astfel, deformația de răsucire poate fi considerată ca o deformație de forfecare neomogenă. Însă densitatea energiei elastice la deformația de forfecare se exprimă prin relația (11.4). Egalând (11.4) cu (11.6), pentru modulul de răsucire obținem expresia:

$$k = \frac{2\pi G r^3 dr}{l}. \quad (11.7)$$

Un fir întreg constă dintr-un număr mare de tuburi. De aceea, pentru un fir cu raza secțiunii r

$$k = \frac{2\pi G}{l} \int_0^r r^3 dr = \frac{\pi G}{2l} r^4 = \frac{\pi G}{2} \cdot \frac{D^4}{16l}, \quad (11.8)$$

unde $D = 2r$ este diametrul firului, iar G este modulul de forfecare al materialului din care este confecționat firul.

Substituim (11.2) și (11.8) în (11.1), ținând seama că $\varepsilon = \ddot{\varphi}$ și obținem ecuația diferențială a oscilațiilor de torsiune ale pendulului descărcat (*fig. 11.1*).

$$\ddot{\varphi} + \frac{\pi G}{2I_0} \cdot \frac{D^4}{16l} \varphi = 0. \quad (11.9)$$

Din comparația acestei ecuații cu ecuația diferențială a oscilațiilor libere neamortizate $\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0$, unde ω_0 este frecvența ciclică a oscilațiilor, legată cu perioada lor T_0 prin relația $T_0 = 2\pi/\omega_0$, obținem

$$T_0^2 = \frac{128\pi I_0 l}{GD^4}. \quad (11.10)$$

Oscilațiile pendulului pot fi mai mult sau mai puțin amortizate în dependență de forța de rezistență ce acționează asupra pendulului. Respectiv, în condițiile experimentului real poate fi necesar să se ia în considerație valoarea coeficientului de amortizare β , care implică modificarea perioadei oscilațiilor în conformitate cu formula

$$T'_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{4\pi^2/T_0^2 - \beta^2}}, \quad (11.11,a)$$

adică în conformitate cu expresia

$$\beta^2 + \frac{4\pi^2}{T_0'^2} = \frac{4\pi^2}{T_0^2}. \quad (11.11,b)$$

Coeficientul de amortizare β poate fi determinat utilizând relația

$$\ln(t_{4n+1}/t_1) = \beta(t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2) \quad (11.12)$$

din lucrarea de laborator 9c: „Studiul oscilațiilor amortizate”, întrucât modul de măsurare a intervalelor de timp $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{4n+1}$, în care obturatorul pendulului de torsione acoperă, descoperă, apoi din nou acoperă și din nou descoperă fasciculul senzorului ș. a. m. d. este același. Astfel, construind

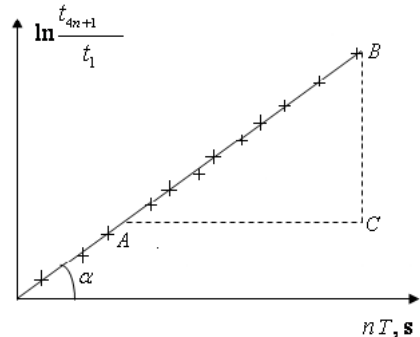


Fig. 11.5

graficul dependenței (11.12) (fig. 11.5), care trebuie să reprezinte o linie dreaptă, și determinând panta ei p_1 folosind metoda celor mai mici pătrate sau din grafic, determinăm, de fapt, coeficientul de

amortizare al oscilațiilor pendulului de torsiune: $\beta = p_1 = BC/AC = \operatorname{tg}\alpha$. Pentru valori mici ale coeficientului de amortizare, deosebirea dintre perioadele oscilațiilor amortizate T'_0 și neamortizate T_0 poate să fie mai mică decât eroarea maximă a cronometrului utilizat $\Delta t = 0,0004\text{s}$, adică $T'_0 - T_0 < \Delta t$. Substituind aici T_0 , determinat din formula (11.10), ținând seama că, de regulă, $\beta T_0 \ll 2\pi$ și utilizând formula aproximativă $1/\sqrt{1+x} \approx 1-x/2$, obținem următorul criteriu pentru neglijarea coeficientului de amortizare în (11.11):

$$\beta < \beta_0 = \frac{2\pi}{T'_0} \sqrt{\frac{2\Delta t}{T'_0}}. \quad (11.13)$$

Din (11.13) rezultă, că pentru $T'_0 = 1\text{s}$ coeficientul de amortizare $\beta < 0,18\text{s}^{-1}$, iar pentru $T'_0 = 3,5\text{s}$ - $\beta < 0,027\text{s}^{-1}$. Atunci când relația (11.13) este satisfăcută se poate considera $\beta \approx 0$ și $T'_0 = T_0$.

Dacă bara orizontală se încarcă pe rând la diferite distanțe x (fig. 11.1) cu câte două corpuri cilindrice identice (pentru echilibrarea sistemului) de masa m fiecare, atunci în conformitate cu teorema lui Steiner momentul de inerție al sistemului devine

$$I = I_0 + \frac{mh^2}{6} + \frac{mR^2}{2} + 2mx^2, \quad (11.14)$$

unde R este raza cilindrului, iar h este înălțimea lui. În acest caz perioada oscilațiilor neamortizate ale pendulului de torsiune T se va determina cu relația

$$T^2 = \frac{128\pi \left(I_0 + \frac{mh^2}{6} + \frac{mR^2}{2} + 2mx^2 \right) l}{GD^4}. \quad (11.15)$$

Ținând seama de (11.10), din (11.15) se obține

$$T^2 - T_0^2 = \frac{128\pi m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{R^2}{2} + 2x^2 \right) l}{GD^4}. \quad (11.16)$$

Relația (11.16) este valabilă în cazul când este satisfăcută condiția (11.13). Dacă (11.13) nu este satisfăcută, dar sunt valabile condițiile $\beta T_0 \ll 2\pi$ și $\beta T \ll 2\pi$, atunci cu ajutorul (11.11, b) obținem

$$T'^2 - T_0'^2 = \frac{T^2}{1 - \left(\frac{\beta T}{2\pi} \right)^2} - \frac{T_0^2}{1 - \left(\frac{\beta T_0}{2\pi} \right)^2}. \quad (11.17)$$

Deoarece $\frac{\beta T}{2\pi} \ll 1$ și $\frac{\beta T_0}{2\pi} \ll 1$, se poate aplica formula aproximativă $\frac{1}{1-x} \approx 1+x$ și formula (11.17) capătă aspectul

$$T'^2 - T_0'^2 = (T^2 - T_0^2) \left[1 + \frac{\beta^2 (T^2 + T_0^2)}{4\pi^2} \right]. \quad (11.18)$$

Substituind (11.16) în (11.18) și considerând în această aproximație că $T \approx T'$ și $T_0 \approx T_0'$, obținem

$$T'^2 - T_0'^2 = \frac{128\pi m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{R^2}{2} + 2x^2 \right) l}{GD^4} \left[1 + \frac{\beta^2 (T'^2 + T_0'^2)}{4\pi^2} \right]. \quad (11.19)$$

Din (11.19) obținem definitiv

$$\frac{1}{T'^2 - T_0'^2} = \frac{G \cdot D^4}{128\pi m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{R^2}{2} + 2x^2 \right) l \left[1 + \frac{\beta^2 (T'^2 + T_0'^2)}{4\pi^2} \right]}. \quad (11.20)$$

Modul de utilizare a acestei relații pentru determinarea modului de forfecare G a firului elastic este dictat de condițiile experimentului. Relația (11.20) poate fi considerată o funcție liniară de forma $Y = pX + b$, unde

$$X = \frac{D^4}{128\pi m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{R^2}{2} + 2x^2 \right) l \left[1 + \frac{\beta^2 (T'^2 + T_0'^2)}{4\pi^2} \right]}, \quad Y = \frac{1}{T'^2 - T_0'^2},$$

$b = 0$ în limitele erorilor experimentului, iar panta dreptei coincide cu modulul de forfecare $p = G$. Graficul dreptei (11.20) se va construi efectuând un număr de minim 5 serii de măsurări, existând posibilitatea repetării fiecărei serii de cel mult 10 ori (10 subserii). La trecerea de la o serie de măsurări la alta, mărimea X poate varia datorită variației distanței x a cilindrilor fixați pe bară de la axa de pendulare, a masei lor m , precum și variației lungimii firului l . Evident, pot avea loc și unele combinații, când la trecerea de la o serie de măsurări la alta variază numai una dintre aceste mărimi, numai două sau toate trei. Totuși, în condițiile instalației concrete de măsurare, în timp scurt este dificilă asigurarea variației lungimii firului elastic l . De aceea lungimea firului se va considera aceeași în toate seriile de măsurări. Rezultă că la trecerea de la o serie de măsurări la alta va varia una din mărimile m și x , sau ambele. Dacă dependența (11.20) este justă, atunci graficul ei construit după punctele experimentale trebuie să reprezinte o linie dreaptă. Implicit aceasta înseamnă că și formula perioadei oscilațiilor mici de torsiune (11.11), de asemenea, este justă. Panta dreptei (11.20), obținută din experiment, adică valoarea modului de forfecare, poate fi comparată cu valorile tabelare. Coincidența lor ne permite tragerea unor concluzii privind metoda utilizată de cercetare, precum și privind veridicitatea formulei perioadei oscilațiilor pendulului de torsiune. Valorile obținute ale coeficientului de amortizare ne permit clarificarea respectării criteriului (11.13) de neglijare a amortizării oscilațiilor.

Dacă dreapta (11.12) se construiește la calculator folosind rezultatele a $5 \leq n \leq 24$ măsurări ale intervalelor de timp, în care fascicolul senzorului este acoperit de către obturatorul oscilatorului după fiecare perioadă a oscilațiilor, atunci panta dreptei care coincide cu coeficientul de amortizare β și eroarea standard a acestuia $\Delta\beta$ se vor calcula aplicând metoda celor mai mici pătrate.

Analogic se va construi graficul dependenței (11.20) și se va determina panta acesteia, care coincide cu modulul de forfecare G al materialului firului elastic. Eroarea standard la determinarea modulului de forfecare, de asemenea, se va afla aplicând metoda celor mai mici pătrate. După cum indică formula (11.20), dreapta trebuie să treacă prin originea de coordonate. Aceasta înseamnă că dacă în experiment nu este prezentă vreo eroare sistematică, valoarea termenului liber b și eroarea lui Δb trebuie să satisfacă relația $\Delta b \geq b$.

Calculule erorilor standard se vor efectua pentru nivelul de încredere $P^* = 0,6827$, urmând ca alte nivele de încredere să fie examinate după necesități.

Fișa de lucru

1. Stabiliți senzorul cronometrului digital sau pendulul de torsiune astfel încât fascicolul senzorului să cadă pe mijlocul obturatorului.
2. Accesați programul pentru efectuarea lucrării de laborator și completați foaia de titlu.
3. Cu ajutorul butonului „**Continuare**” ajungeți la fereastra „**Caracteristicile experienței**”, completați compartimentele „**Scopul lucrării**”, „**Aparate și accesorii**” și analizați compartimentul „**Dependențele studiate**”.
4. Accesând butonul „**Continuare**” ajungeți la fereastra „**Efectuarea măsurărilor**” și completați numărul de serii, numărul de subserii și numărul de perioade pentru măsurare.
5. Declanșați cronometrul electronic și excitați oscilații mici de torsiune ale pendulului descărcat (fără cilindrii cu mase identice m).

6. Când obturatorul pendulului se află în poziție extremă, accesați butonul „**Start**”. După terminarea măsurărilor, accesați butonul „**Citirea intervalelor**” și transferați datele în calculator. Analizați graficul construit și valoarea obținută a coeficientului de amortizare.
7. Stabiliți cilindrii cu mase identice la cea mai mică distanță x de axa pendulului (5 cm).
8. Accesați butonul „**Continuare**”, ajungeți la următoarea fereastră „**Efectuarea măsurărilor**” și introduceți din nou numărul de serii, numărul de subserii, numărul de perioade, masa unui cilindru, raza și înălțimea lui, diametrul firului, distanța x .
9. Accesați butonul „**Start**” la un moment, când obturatorul pendulului nu întretaie fascicolul senzorului și inițiați măsurările intervalelor de timp, în care obturatorul acoperă, descoperă, acoperă, descoperă ș. a. m. d. fascicolul senzorului.
10. După terminarea măsurărilor accesați butonul „**Citirea intervalelor**” și obțineți perioada medie a oscilațiilor, tabelul mărimilor $Y = \ln(t_{4n+1}/t_1)$, $X = t_1/2 + t_2 + t_3 + \dots + t_{4n+1}/2$, graficul dependenței $Y = \beta X$, valorile coeficientului de amortizare β (a pantei) și eroarea lui $\Delta\beta$ (eroarea standard).
11. Verificați dacă relația (11.13) este satisfăcută sau nu.
12. Repetați punctele 9, 10, 11 și pentru celelalte valori ale distanței x .
13. După terminarea tuturor seriilor de măsurări accesați butonul „**Continuare**” și ajungeți la fereastra „**Prelucrarea datelor experimentale**”. Analizați tabelul valorilor medii. Accesați butonul „**Accept**” la punctul „**Calculul mărimilor**”. Obțineți graficul dependenței (11.20), valoarea pantei dreptei și a termenului liber.
14. Accesați butonul „**Accept**” la punctul calculul erorilor și obțineți erorile standard ale pantei și termenului liber. Observați dacă are loc relația $\Delta b \geq b$ sau nu.

15. La indicația profesorului, analizați unul sau câteva nivele de încredere și scrieți rezultatul final.
16. Accesați butonul „**Concluzii**” și formulați concluziile la această lucrare.
17. Accesați butonul „**Referat**” și inițiați programul de perfectare a referatului la această lucrare. Salvați referatul obținut.
18. Accesați butonul „**Finiș**” și finalizați efectuarea lucrării de laborator.

Întrebări de control

1. Ce se numește pendul de torsiune?
2. Care este structura pendulului de torsiune utilizat în experiență?
3. Formulați principiul fundamental al dinamicii mișcării de rotație în raport cu o axă fixă.
4. Definiți deformația de răsucire.
5. Formulați legea lui Hooke pentru deformațiile de răsucire și explicați limitele ei de valabilitate.
6. Definiți deformația de forfecare.
7. Ce este tensiunea mecanică tangențială?
8. Formulați legea lui Hooke pentru deformațiile de forfecare și explicați limitele ei de valabilitate.
9. Care este expresia pentru densitatea de energie elastică a unui corp supus deformației de forfecare și cum aceasta se obține?
10. Arătați că deformația de răsucire se reduce la o deformație neomogenă de forfecare.
11. Care este relația de legătură dintre modulul de răsucire și cel de forfecare și cum se obține aceasta?
12. Definiți oscilațiile armonice și caracteristicile lor (elongația, amplitudinea, frecvența ciclică, frecvența, perioada, faza și faza inițială).
13. Care este ecuația diferențială a oscilațiilor armonice neamortizate?
14. Care este formula perioadei oscilațiilor mici neamortizate ale pendulului de torsiune?

15. Definiți amortizarea oscilațiilor și explicați care este cauza acesteia.
16. Care este formula perioadei oscilațiilor mici amortizate ale pendulului de torsiune?
17. Cum variază în timp amplitudinea oscilațiilor în prezența amortizării?
18. Ce mărime se numește coeficient de amortizare?
19. Care este legea oscilațiilor amortizate?
20. Ce număr de perioade poate fi selectat în experiment?
21. Care este originea de măsurare a timpului în acest experiment?
22. Cum se asigură valoarea nulă a fazei inițiale a oscilațiilor în experiment?
23. Ce relație se utilizează pentru determinarea coeficientului de amortizare și cum se obține aceasta?
24. Cum se determină coeficientul de amortizare în experiență?
25. Care este criteriul de neglijare a coeficientului de amortizare în experiență și cum se obține acesta?
26. Care este și cum se determină momentul de inerție al pendulului încărcat cu două corpuri de mase identice fixate la distanța x de la axa de pendulare?
27. Măsurarea directă a cărei mărimi permite excluderea momentului de inerție al pendulului descărcat I_0 în acest experiment?
28. Cum se ia în seamă amortizarea oscilațiilor în experiență? Ce aproximație se utilizează și în ce condiții ea este valabilă?
29. Cum se utilizează graficul dependenței liniare la determinarea modulului de forfecare?
30. Ce mărimi ar putea să varieze la trecerea de la o serie de măsurări la alta?
31. Cum se determină valoarea coeficientului de amortizare a oscilațiilor pendulului de torsiune?
32. Ce concluzie ați trage, dacă graficul dependenței (11.12) construit după punctele experimentale ar reprezenta un segment de dreaptă care *a*) trece prin origine și *b*) nu trece prin origine?

33. Ce concluzii ați trage, dacă graficul dependenței (11.20) construit după punctele experimentale ar reprezenta un segment de dreaptă care *a*) trece prin origine și *b*) nu trece prin origine?
34. Ce metodă se utilizează la trasarea dreptelor (11.12) și (11.20)? În ce constă această metodă?
35. Ce metodă se utilizează la calcularea pantelor dreptelor și erorilor lor?
36. Ce concluzie ați trage, dacă pentru dependența (11.20) s-ar obține $\Delta b \geq b$?
37. Ce concluzie ați trage, dacă valoarea modulului de forfecare obținută în experiment ar coincide în limitele anumitor erori cu valorile tabelare pentru materialul studiat?
38. Ce nivel de încredere vor avea rezultatele obținute?
39. Cum se calculează erorile comise pentru diferite nivele de încredere?
40. Cum se va scrie rezultatul final pentru diferite nivele de încredere?

Bibliografie

1. Detlaf A.A., Iavorski B.M. Curs de fizică, Chișinău, Lumina, 1991.
2. Traian I. Crețu. Fizica. Curs universitar, București, Editura Tehnică, 1996.
3. Marinciuc M., Rusu S. Fizică. Manual pentru cl. a 10-a, Chișinău, Știința, 2012.
4. Prelucrarea datelor experimentale. Îndrumar de laborator la fizică, Chișinău, Secția Redactare și Editare a U.T.M., 2012.

Cuprins

Lucrarea de laborator 9c. Studiul oscilațiilor amortizate	3
Lucrarea de laborator 10c. Studiul oscilațiilor pendulului fizic.....	18
Lucrarea de laborator 11c. Studiul oscilațiilor de torsiune și determinarea modului de forfecare	28
Bibliografie	43