Problema Nr.3

<table>
<tr><th>Nr.</th><th>Răspuns</th><th>Pun-
ctaj</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
Pentru observarea faptului că mișcarea cadrului (fig. 3.1) se supune principiului fundamental al dinamicii mișcării de rotație:

$M = I_{in}\varepsilon$, (1) **0,5 p.**

unde M este momentul rezultant al forțelor electromagnetice ce acționează asupra laturilor cadrului pătrat față de axa verticală, ε este accelerația unghiulară a cadrului, iar I_{in} este momentul de inerție al cadrului față de axa verticală.

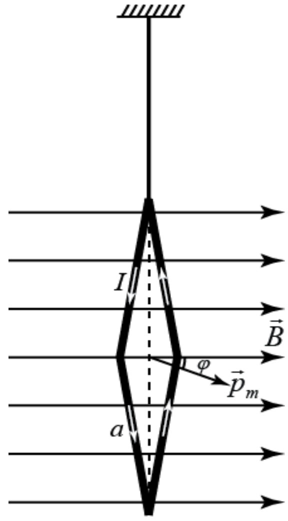

Fig. 3.1.

Pentru calculul momentului M:

$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B}\right] \Rightarrow M = -p_m B \sin\varphi = -ISB\sin\varphi = -Ia^2 B\sin\varphi$, (2) **1,0 p.**

unde B este inducția câmpului magnetic, $p_m = IS = Ia^2$ este momentul magnetic al cadrului, I - intensitatea curentului în circuit, a - lungimea laturii pătratului.

Pentru calcularea momentului de inerție a unei laturi a pătratului față de axa verticală (fig. 3.2):

$$dI_{1,in} = dm \cdot r^2 = \tau x^2 \sin^2\alpha \cdot dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{1,in} = \tau\sin^2\alpha \int_0^a x^2 dx = \tau\sin^2\alpha \cdot \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^a = \tau\sin^2\alpha \cdot \frac{a^3}{3} = \frac{ma^2}{12}\sin^2\alpha = \frac{ma^2}{24},$$ **1,0 p.**

unde τ este densitatea liniară a sârmei și $\tau a = \frac{m}{4}$.

Pentru observarea faptului că momentul de inerție al pătratului :

$I_{in} = 4I_{1,in} = \frac{ma^2}{6}$ (3) **0,3 p.**

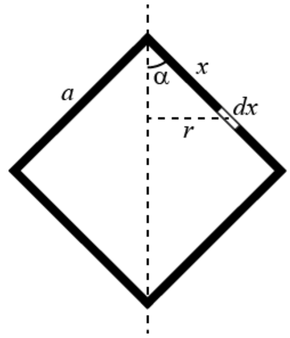

Fig.3.2

Pentru observarea faptului că

$\varepsilon = \ddot{\varphi}$ (4) **0,2 p.**

Pentru obținerea ecuației (prin substituirea (2), (3), (4) în (1)):

$\ddot{\varphi} + \frac{6BI}{m}\sin\varphi = 0$ (5) **0,5 p.**

Pentru observarea faptului că numai pentru oscilații mici când $\sin\varphi \approx \varphi$ oscilațiile cadrului sunt armonice și (5) devine:

$\ddot{\varphi} + \frac{6BI}{m}\varphi = 0$ (6) **0,5 p.**

Pentru obținerea din (6) a formulei perioadei oscilațiilor mici neamortizate:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{6BI}}$ (7) **0,5 p.**

Pentru calculul numeric: $T_0 = 2\,\mathrm{s}$ **0,5 p.**
</td><td>5,0 p.</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Pentru exprimarea decrementului logaritmic al amortizării δ prin perioada oscilațiilor amortizate T și perioada oscilațiilor neamortizate T_0 (de exemplu, prin substituirea relațiilor</td><td></td></tr>
</table>

	$\omega = 2\pi/T$, $\omega_0 = 2\pi/T_0$ și $\delta = \beta T$ în formula pentru frecvența ciclică a oscilațiilor amortizate: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$) și calculul acestuia: $\delta = 2\pi\sqrt{\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 - 1} = 2\pi\sqrt{\left(1+\frac{0,0001}{2}\right)^2 - 1} \approx \frac{\pi}{50}$ (8) **1,0 p.** Pentru calculul coeficientului de amortizare: $\beta = \frac{\delta}{T} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T^2}} \approx \frac{\pi}{100}\ \mathrm{s}^{-1}$ (9) **0,5 p.** Pentru observarea faptului că în cazul când $\delta << 1$, factorul de calitate al sistemului oscilatoriu $Q = \frac{2\pi A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} == \frac{2\pi A_0^2 e^{-2\beta t}}{A_0^2 e^{-2\beta t} - A_0^2 e^{-2\beta(t+T)}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} =$ $= \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}} \approx \frac{2\pi}{1 - 1 + 2\delta} \approx \frac{\pi}{\delta} \approx 50$ (10) **1,0 p.**	**2,5 p.**
c)	Pentru stabilirea relației dintre perioada oscilațiilor amortizate T_1 și celor neamortizate T_{01} (de exemplu, din (8)): $T_1 = T_{01}\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}$, (11) **0,5 p.** unde $T_1 = 10T$, iar $T_{01} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{6B_1 I}}$. Pentru aplicarea acestei relații la oscilațiile ce se produc în ambele câmpuri: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{6BI}}\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}$, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{6B_1 I}}\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}$ (12) **0,5 p.** Pentru obținerea din (12) a valorii B_1: $\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{B}{B_1}} \Rightarrow B_1 = \frac{B}{\left(\frac{T_1}{T}\right)^2} = \frac{B}{\alpha^2} = 50\,\mu\mathrm{T}$ **0,5 p.**	**1,5 p.**
d)	Pentru reprezentarea condiției problemei sub forma: $\frac{T - T_0}{T} = \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta_1}{2\pi}\right)^2}} = 1 - \varepsilon$ **0,5 p.** Pentru obținerea valorii $\delta_1 = 2\pi\frac{\sqrt{\varepsilon(2-\varepsilon)}}{1-\varepsilon} \approx 2\pi\sqrt{2\varepsilon} = \frac{\pi}{5\sqrt{5}} \approx 0,28$ **0,5 p.**	**1,0 p.**