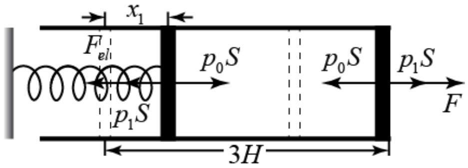
Problema 11.1

<table>
<tr><th></th><th>Soluţie</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>

<u>Tragerea pistonului</u>



Pentru indicarea forțelor ce acționează asupra pistoanelor în starea de echilibru **(0.5 p.)**

Pentru stabilirea condițiilor de echilibru a pistoanelor:

$$\begin{cases} p_0S - p_1S - kx_1 = 0 \\ F + p_1S - p_0S = 0 \end{cases} \quad (1) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

Pentru soluționarea sistemului (1):

$$F = kx_1 \quad (2) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

$$F = (p_0 - p_1)S, \quad (3) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

Pentru aplicarea legii Boyle-Mariotte pentru aerul aflat între pistoane și exprimarea presiunii p_1 prin deformația resortului x_1:

$$2p_0SH = p_1(3H - x_1)S \Rightarrow p_1 = \frac{2p_0H}{3H - x_1} \quad (4) \quad \textbf{(0.5 p.)}$$

Pentru obţinerea din (1) cu ajutorul (4) a ecuaţiei pentru determinarea lui x_1:

$$x_1^2 - \left(3H + \frac{p_0S}{k}\right)x_1 + \frac{p_0SH}{k} = 0 \quad (5) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

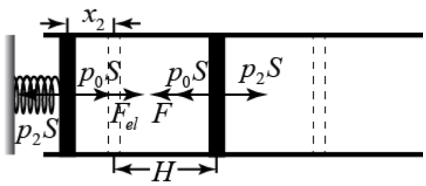
Pentru obţinerea soluţiilor ecuaţiei (5):

$$(x_1)_{1,2} = \frac{1}{2}\left(3H + \frac{p_0S}{k} \pm \sqrt{9H^2 + \frac{2p_0SH}{k} + \frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right) \quad (6) \quad \textbf{(1.0 p.)}$$

Pentru observarea faptului că dacă $k \to \infty$ (resortul este înlocuit cu o bară rigidă), deformația x_1 trebuie să tindă la zero: $x_1 \to 0$. Deci, se selectează semnul "–" şi

$$x_1 = \frac{1}{2}\left(3H + \frac{p_0S}{k} - \sqrt{9H^2 + \frac{2p_0SH}{k} + \frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right) \quad (7) \quad \textbf{(1.0 p.)}$$

<u>Împingerea pistonului în tub</u>



Pentru indicarea forțelor ce acționează asupra pistoanelor în starea de echilibru **(0.5 p.)**

Pentru stabilirea condițiilor de echilibru a pistoanelor:

$$\begin{cases} p_0S - p_2S + kx_2 = 0 \\ F - p_2S + p_0S = 0 \end{cases} \quad (8) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

Pentru soluționarea sistemului (8):

$$F = kx_2 \quad (9) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

$$F = (p_2 - p_0)S, \quad (10) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

Pentru aplicarea legii Boyle-Mariotte pentru aerul aflat între pistoane și exprimarea presiunii p_2 prin deformația resortului x_2:

$$2p_0SH = p_2(H + x_2)S \Rightarrow p_2 = \frac{2p_0H}{H + x_2} \quad (11) \quad \textbf{(0.5 p.)}$$

Pentru obţinerea din (8) cu ajutorul (11) a ecuaţiei pentru determinarea lui x_2:

$$x_2^2 + \left(H + \frac{p_0S}{k}\right)x_2 - \frac{p_0SH}{k} = 0 \quad (12) \quad \textbf{(0.25 p.)}$$

Pentru obţinerea soluţiilor ecuaţiei (12):

</td><td>8.0 p.</td></tr>
</table>

	$$(x_2)_{1,2}=\frac{1}{2}\left[-\left(H+\frac{p_0S}{k}\right)\pm\sqrt{H^2+\frac{6p_0SH}{k}+\frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right] \quad (13)$$ **(1.0 p.)** Pentru observarea faptului că dacă $k\to\infty$ (resortul este înlocuit cu o bară rigidă), deformația x_0 trebuie să tindă la zero: $x_2\to 0$. Deci, se selectează semnul "+" şi $$x_2=\frac{1}{2}\left[-\left(H+\frac{p_0S}{k}\right)+\sqrt{H^2+\frac{6p_0SH}{k}+\frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right] \quad (14)$$ **(1.0 p.)**	
b)	Pentru determinarea din (2), (3) şi (7) a presiunii p_1: $$p_1=p_0-\frac{kx_1}{S}=p_0-\frac{k}{2S}\left(3H+\frac{p_0S}{k}-\sqrt{9H^2+\frac{2p_0SH}{k}+\frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right) \quad (15)$$ **(0.5 p.)** Pentru determinarea din (9), (10) şi (14) a presiunii p_2: $$p_2=p_0+\frac{kx_2}{S}=p_0+\frac{k}{2S}\left[-\left(H+\frac{p_0S}{k}\right)+\sqrt{H^2+\frac{6p_0SH}{k}+\frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right] \quad (16)$$ **(0.5 p.)**	**1.0 p.**
c)	Pentru determinarea din (2) şi (7) a forței F_1: $$F_1=kx_1=\frac{k}{2}\left(3H+\frac{p_0S}{k}-\sqrt{9H^2+\frac{2p_0SH}{k}+\frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right) \quad (17)$$ **(0.5 p.)** Pentru determinarea din (9) şi (14) a forței F_2: $$F_2=kx_2=\frac{k}{2}\left[-\left(H+\frac{p_0S}{k}\right)+\sqrt{H^2+\frac{6p_0SH}{k}+\frac{p_0^2S^2}{k^2}}\right] \quad (18)$$ **(0.5 p.)**	**1.0 p.**
	Total max	**10.0 p.**