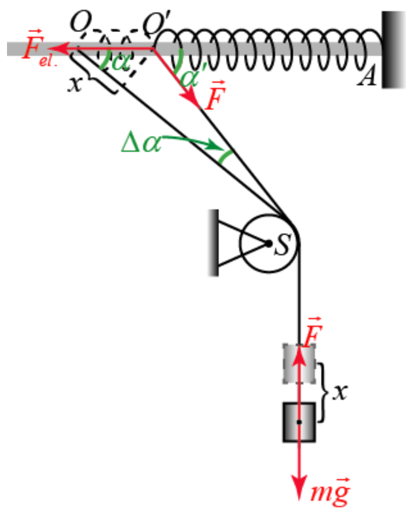
Problema 11.2

<table>
<tr><th></th><th>Soluție</th><th>Pun-
ctaj</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>



Pentru indicarea forțelor (fig.11.2a) ce acționează asupra punctului *O*. **(0,5 p.)**

Pentru stabilirea condițiilor de echilibru a punctului *O* și a masei *m*:

$$\begin{cases} F_{0el} = F_0 \cos\alpha \\ F_0 = mg \\ F_{0el} = k\Delta l \end{cases} \quad (1) \quad \textbf{(0,5 p.)}$$

unde F_0 este forța de întindere a firului, iar F_{0el} este forța de elasticitate a resortului, ambele în starea de echilibru a sistemului.

Pentru obținerea relației

$$k\Delta l = mg\cos\alpha \quad (2) \quad \textbf{(0,5 p.)}$$

Pentru observarea faptului că forța de întindere a firului *F* la o abatere mică cu *x* a masei *m* de la poziția de echilibru satisface relația:

$$F_{el} = F\cos\alpha' \Rightarrow k\left(\Delta l + \Delta l'\right) = F\cos\alpha', \quad (3) \qquad \textbf{(1.0 p.)}$$

unde $\Delta l' = |OO'|$, iar $\alpha' = \angle AO'S$ (fig. 11.2a)

Pentru observarea faptului că

$$\Delta l' = |OO'| = \frac{x}{\cos\alpha} \quad (4) \qquad \textbf{(0,5 p.)}$$

Pentru observarea faptului că

$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha, \text{ unde } \Delta\alpha = \frac{x\,tg\alpha}{l-x}, \quad (5) \qquad \textbf{(0,5 p.)}$$

unde $l = |OS|$.

Pentru calcularea limitei:

$$\lim_{\Delta\alpha\to 0}\cos\alpha' = \lim_{\Delta\alpha\to 0}\cos\left(\alpha+\Delta\alpha\right) = \lim_{\Delta\alpha\to 0}\left[\cos\alpha\cos\Delta\alpha - \sin\alpha\sin\Delta\alpha\right] =$$
$$= \cos\alpha - \Delta\alpha\sin\alpha = \cos\alpha - \frac{x\,tg\alpha}{l-x}\sin\alpha \quad (6) \qquad \textbf{(1.0 p.)}$$

Pentru calcularea acestei expresii în cazul valorilor mici ale deplasării *x*:

$$\lim_{x\to 0}\cos\left(\alpha+\Delta\alpha\right) = \lim_{x\to 0}\left[\cos\alpha - \frac{x\,tg\alpha}{l-x}\sin\alpha\right] = \cos\alpha \quad (7) \qquad \textbf{(0,5 p.)}$$

Pentru obținerea din (3) a expresiei pentru forța de întindere a firului la o deplasare mică *x* în jos a masei *m* de la poziția de echilibru:

$$F = \frac{k\left(\Delta l + \Delta l'\right)}{\cos\alpha'} = \frac{k\left(\Delta l + \dfrac{x}{\cos\alpha}\right)}{\cos\alpha} = \frac{k\left(\Delta l\cos\alpha + x\right)}{\cos^2\alpha} \quad (8) \qquad \textbf{(0,5 p.)}$$

Pentru aplicarea legii a doua a lui Newton la mişcarea masei suspendate *m* în jos:

$$ma = mg - F \Rightarrow ma = mg - \frac{k\Delta l}{\cos\alpha} - \frac{kx}{\cos^2\alpha} \quad (9) \qquad \textbf{(1.0 p.)}$$

Pentru utilizarea formulei (2) şi obținerea ecuației:

$$ma = -\frac{kx}{\cos^2\alpha} \Rightarrow a + \frac{k}{m\cos^2\alpha}x = 0\,. \quad (10) \qquad \textbf{(0,5 p.)}$$

Pentru observarea faptului că ecuația (10) descrie oscilațiile armonice cu frecvența ciclică

</td><td>8.0 p.</td></tr>
</table>

	$$\omega = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (11)$$ **(0,5 p.)** şi perioada $$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\cos\alpha\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (12)$$ **(0,5 p.)**	
b)	Pentru înlocuirea în (12) a expresiei pentru k obţinută din (2) şi obţinerea formulei pentru perioada oscilaţiilor sistemului: $$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l\cos\alpha}{g}} \qquad (13)$$ **(0,5 p.)**	**0.5 p.**
c)	Pentru observarea faptului că formulele (12) şi (13) sunt valabile pentru $0 \le \alpha \le \pi/2$ **(0,5 p.)** Pentru determinarea perioadei oscilațiilor în cazul $\alpha = 0$: $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$ **(0,5 p.)** şi $$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$ **(0,5 p.)**	**1,5 p.**
	Total maxim	**10,0 p.**