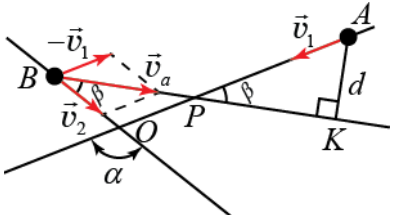


**Problema 10.1**

<b>Soluție</b>		<b>Puncte</b>
<b>a)</b>	<p>Camerele de luat vederi fixează poziția corpurilor înconjurătoare după intervale mici de timp, adică se filmează poziția corpurilor la orice moment de timp, ceea ce reprezintă traiectoria mișcării corpurilor înconjurătoare în raport cu camera de luat vederi. <b>(0,4 p.)</b></p> <p>Filmul A – „Film despre traiectoriile mișcării mobilului B și a punctului O față de punctul A”; <b>(0,2 p.)</b></p> <p>Filmul B – „Film despre traiectoriile mișcării mobilului A și a punctului O față de punctul B”; <b>(0,2 p.)</b></p> <p>Filmul O – „Film despre traiectoriile mișcării mobilelor A și B față de punctul O” <b>(0,2 p.)</b></p>	<b>1,0 p.</b>
<b>b)</b>	 <p>Derulăm filmul A (sau B). Aceasta înseamnă că ne aflăm în sistemul de referință legat de mobilul A. Reprezentarea schematică a mișcării relative în sistemul de referință ales <b>(2,0 p.)</b></p> <p>Triunghiul BOP – isoscel <math>\Rightarrow BO = OP = b \Rightarrow PA = OA - BO = a - b</math> <b>(0,5 p.)</b></p> <p><math>\angle APK = \angle BPO = \angle PBO \equiv \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}</math> <b>(0,5 p.)</b></p> <p>Din triunghiul AKP <math>\Rightarrow d_{\min} = PA \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = (a - b) \cos \frac{\alpha}{2}</math> <b>(3,0 p.)</b></p> <p><b>Metoda 2 (se oferă același punctaj (9.0 p.) pentru rezolvare corectă și analiza rezultatului):</b></p> <p>Orientăm axele Ox și Oy în sensul mișcării mobilelor A și B, atunci dependența de timp a coordonatelor mobilelor vor fi: <math>x = vt - a</math> și <math>y = vt - b</math>. Distanța d dintre mobile poate fi determinată cu ajutorul teoremei cosinusurilor:</p> $d^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha = (vt - a)^2 + (vt - b)^2 - 2(vt - a)(vt - b) \cos \alpha = \dots$ $= 4(vt - a)(vt - b) \sin^2 \frac{\alpha}{2} + (a - b)^2 = (\text{separăm pătratul perfect})$ $= \dots$ $d^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha = (vt - a)^2 + (vt - b)^2 - 2(vt - a)(vt - b) \cos \alpha = \dots \Rightarrow$ $\dots = 4(vt - a)(vt - b) \sin^2 \frac{\alpha}{2} + (a - b)^2 = \Rightarrow \text{Separarea pătratului complet} \Rightarrow$ $\Rightarrow d^2 = 4v^2 \left(t - \frac{a+b}{2v}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + (a - b)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ <p>Distanța <math>d = d_{\min}</math> este minimă când <math>t = t_0 = \frac{a+b}{2v} \Rightarrow d_{\min} = (a - b) \cos \frac{\alpha}{2}</math></p>	<b>6,0 p.</b>
<b>c)</b>	<p><math>t_0 = \frac{BK}{v_a}</math> <b>(0,5 p.)</b> <math>BK = BP + PK = 2b \cos \beta + (a - b) \cos \beta = (a + b) \cos \beta</math> <b>(0,5 p.)</b></p> <p><math>v_a = 2v \cos \beta</math> <b>(0,5 p.)</b> <math>t_0 = \frac{a+b}{2v}</math> <b>(0,5 p.)</b></p> <p>Analiza rezultatului: Momentul de timp <math>t_0</math>, cand <math>d = d_{\min}</math>, nu depinde de unghiul <math>\alpha</math>, daca <math>\alpha \neq 0</math>. <b>(0,5 p.)</b> Daca <math>\alpha = 0</math>, <math>d = d_{\min} = a - b = \text{const}</math> – în orice moment de timp (mobilele A și B se mișcă („se gonesc”) cu aceeași viteză v unul după altul. <b>(0,5 p.)</b></p>	<b>3,0 p.</b>
<b>Total max</b>		<b>10p</b>