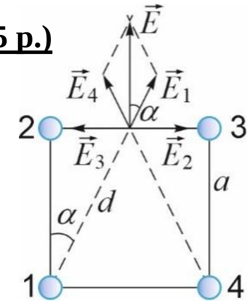
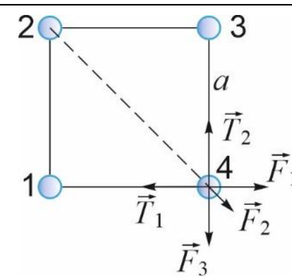
Problema 12.1

	Soluție	
a1)	Pentru observarea că datorită simetriei amplasării sarcinilor identice intensitatea câmpului electric creat în centrul pătratului este nulă $E = 0$ **(0,5 p.)**	**0,5 p.**
a2)	Pentru reprezentarea vectorilor intensităților câmpurilor electrice create de fiecare sarcină **(0,5 p.)** Pentru utilizarea principiului superpoziției și orientarea vectorilor $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$, $\vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$, $\Rightarrow$ $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_4$. $\Rightarrow$ $E = 2E_1 \cos\alpha$ **(0,5 p.)**  Pentru determinarea cos α (vezi figura) $$\cos\alpha = \frac{a}{d} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (a/2)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$ **(0,25 p.)** Pentru obținerea intensității câmpului electric creat de o sarcină punctiformă $$E_1 = \frac{kq}{d^2} = \frac{4kq}{5a^2}$$ **(0,25 p.)** Pentru obținerea expresiei intensității câmpului electric în mijlocul unei laturi a pătratului $$E = 2\frac{4kq}{5a^2}\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{16}{5\sqrt{5}}\frac{kq}{a^2}$$ **(0,5 p.)**	**2,0 p.**
b)	Pentru reprezentarea tuturor forțelor care acționează asupra unei sarcini și condiția de echilibru a acesteia $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ **(0,25 p.)**  Pentru proiectarea condiției de echilibru pe direcția diagonalei (vezi figura) $F_1\cos\alpha + F_2 + F_3\cos\alpha - T_1\cos\alpha - T_2\cos\alpha = 0$ **(0,25 p.)** $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ $T_1 = T_2 = T$; $F_1 = F_3$; $2F_1\cos\alpha + F_2 = 2T\cos\alpha$ **(0,25 p.)** $\Rightarrow$ $$\Rightarrow T = \frac{2F_1\cos\alpha + F_2}{2\cos\alpha}$$ **(0,25 p.)** Pentru expresiile forțelor F_1 și F_2: $F_1 = \frac{kq^2}{a^2}$; $F_2 = \frac{kq^2}{2a^2}$ **(0,25 p.)** Pentru introducerea forțelor F_1 și F_2 în expresia forței de tensiune din fire: $$T = \frac{2\frac{kq^2}{a^2}\cos\alpha + \frac{kq^2}{2a^2}}{2\cos\alpha} = \frac{4\cos\alpha + 1}{4\cos\alpha}\cdot\frac{kq^2}{a^2}$$ **(0,5 p.)** Pentru observarea că α = 45° obținerea expresiei finale: $T = \frac{2\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{kq^2}{a^2} = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\frac{kq^2}{a^2}$ **(0,25 p.)**	**2,0 p.**
c)	Pentru explicarea modului de mișcare a bilelor după ce se taie unul din fire: Centrul de masă nu trebuie să-și schimbe poziția. Ca urmare, corpurile 2 și 3 vor efectua mișcări oscilatorii între pozițiile inițiale ale lor și pozițiile inițiale ale corpurilor 1 și, respectiv, 4, iar corpurile 1 și 4 vor efectua mișcări de rotație în jurul corpurilor 2 și, respectiv, 3. Astfel, corpurile inițial se vor alinia de-a lungul liniei ce trece prin centrul pătratului, apoi, corpurile 2 și 3 vor ocupa pozițiile corpurilor 1 și, respectiv, 4, iar corpurile 1 și 4 vor ocupa pozițiile corpurilor 2 și, respectiv, 3. În continuare procesele se vor repeta. **(2,5 p.)**	**2,5 p.**
d)	Pentru observarea că vitezele bilelor vor fi maxime la momentul de timp când ele se vor alinia de-a lungul liniei ce trece prin centrul pătratului. Conform legii conservării impulsului, la acel moment de timp toate bilele vor avea viteze egale în modul. **(0,5 p.)** Pentru ideea de a utiliza legea conservării energiei $E_{c,i} + W_{p,i} = E_{c,f} + W_{p,f}$ **(0,25 p.)** $E_{c,i} = 0$ (bilele sunt legate); $E_{c,f} = 4\cdot\frac{mv^2}{2}$ **(0,25 p.)** $W_{p,i} = 4\cdot\frac{kq^2}{a} + 2\cdot\frac{kq^2}{\sqrt{2}a}$ **(0,5 p.)** interacționează 4 perechi de sarcini (1,2; 2,3; 3,4; 4,1) aflate	**3,0 p.**

	la distanța a una de alta și 2 perechi – la distanța $\sqrt{2}a$. $W_{p,f} = 3\cdot\frac{kq^2}{a} + 2\cdot\frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a}$ **(0,5 p.)** interacționează 3 perechi de sarcini (1,2; 2,3; 3,4) aflate la distanța a una de alta și 2 perechi (1,3; 2,4) – la distanța $2a$ și o pereche (1,4) la distanța $3a$. Pentru obținerea din legea conservării: $4\cdot\frac{mv^2}{2} = 4\cdot\frac{kq^2}{a} + 2\cdot\frac{kq^2}{\sqrt{2}a} - \left(3\cdot\frac{kq^2}{a} + 2\cdot\frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a}\right) \Rightarrow v^2 = \left(4 + \sqrt{2} - 3 - 1 - \frac{1}{3}\right)\frac{kq^2}{2am} \Rightarrow$ $\Rightarrow v = q\sqrt{\frac{3\sqrt{2}-1}{6}\cdot\frac{k}{am}}$ **(1,0 p.)**	
	Total max.	**10,0 p.**