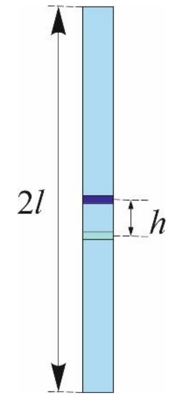
Problema 12.2

	Soluție	Punctaj
a)	Pentru determinarea presiunii folosind legea transformării izoterme $p_0V_0 = p_1V_1 \quad \Rightarrow \quad p_1 = \frac{p_0V_0}{V_1} = \frac{p_0 l \cdot S}{2l \cdot S} = \frac{p_0}{2}$ **<u>(0,5 p.)</u>**	0,5 p.
b1)	 Pentru ecuația legii transformării izoterme a gazului din partea de jos și cea de sus a cilindrului $p_0Sl = p_1S(l-h)$ (1) **<u>(0,25 p.)</u>** $p_0Sl = p_2S(l+h)$ (2) **<u>(0,25 p.)</u>** Pentru condiția de echilibru a pistonului $p_1S = p_2S + mg$ (3) **<u>(0,25 p.)</u>** Pentru obținerea din (3) și (1) $p_0 l = (p_2 + p_0)(l-h)$ (4) **<u>(0,25 p.)</u>** Pentru determinarea din (2) a presiunii p_2 din partea de jos a cilindrului: $p_2 = \frac{l}{l+h} p_0$ (5) **<u>(0,25 p.)</u>** Pentru obținerea din (4) și (5) a expresiei $p_0 l = \left(\frac{p_0 l}{l+h} + p_0\right)(l-h)$ **<u>(0,25 p.)</u>** $\Rightarrow$ $\Rightarrow \quad l = \frac{l^2}{l+h} - \frac{lh}{l+h} + l - h$ **<u>(0,5 p.)</u>** $\Rightarrow \quad l(l+h) = l^2 - lh + l(l+h) - h(l+h)$ **<u>(0,25 p.)</u>** $\Rightarrow$ $\Rightarrow \quad h^2 + 2lh - l^2 = 0$ **<u>(0,25 p.)</u>** Pentru obținerea soluției ecuației pătrate: $h = \frac{-2l \pm \sqrt{(2l)^2 + 4l^2}}{2} = \frac{-2l \pm \sqrt{8l^2}}{2} \quad \Rightarrow \quad h = \left(\sqrt{2}-1\right)l$ **<u>(0,5 p.)</u>**	3,0 p.
b2)	Pentru ideea de a aplica teorema despre variația energiei cinetice $\Delta E = Fd \qquad \Delta E = L_1 + L_2 + mgh = L_1 + L_2 + p_0Sh$ **<u>(0,5 p.)</u>** Pemtru obținerea expresiei lucrului efectuat de gazul din partea de sus a cilindului $L_1 = \nu RT \ln\frac{V_f}{V_i} = \nu RT \ln\frac{(l+h)S}{lS} \qquad \nu RT = p_0Sl \quad \Rightarrow \quad L_1 = p_0Sl \ln\frac{l+h}{l}$ **<u>(0,5 p.)</u>** Pentru expresia lucrului efectuat de gazul din partea de jos a cilindului $L_2 = p_0Sl \ln\frac{l-h}{l}$ **<u>(0,25 p.)</u>** Pentru obținerea din teorema despre variația energiei cinetice $p_0Sl \ln\frac{l+h}{l} + p_0Sl \ln\frac{l-h}{l} + p_0Sl = Fd$ **<u>(0,25 p.)</u>** $\Rightarrow \quad p_0Sl \ln\frac{l^2-h^2}{l^2} + p_0Sh = Fd$ **<u>(0,25 p.)</u>** Pentru obținerea expresiei distanței parcurse de piston în mișcarea oscilatorie până la oprire $d = \frac{p_0S}{F}\left(l \ln\frac{l^2-h^2}{l^2} + h\right) = \frac{p_0S}{F}\left(h - l\ln\frac{l^2}{l^2-h^2}\right)$ **<u>(0,5 p.)</u>** Pentru utilizarea valorii de echilibru a poziției pistonului: $d = \frac{p_0S}{F}\left(\left(\sqrt{2}-1\right)l - l\ln\frac{l^2}{l^2 - \left(\sqrt{2}-1\right)^2 l^2}\right) = \frac{p_0Sl}{F}\left(\sqrt{2}-1-\ln\frac{1}{1-\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\right)$ **<u>(0,5 p.)</u>** $\Rightarrow$ $\Rightarrow \quad d = \frac{p_0Sl}{F}\left[\sqrt{2}-1+\ln\left(2\left(\sqrt{2}-1\right)\right)\right]$ **<u>(0,25 p.)</u>**	3,0 p.

b3)	Pentru observarea că forța de revenire a sistemului la poziția de echilibru și care determină existența mișcării oscilatori este $F_r = pS - mg = pS - p_0 S$ **(0,5 p.)** Pentru determinarea presiunii p utilizând legea transformării izoterme la o deplasare mică x a pistonului de la poziția de echilibru: $pS(l-x) = p_0 Sl \Rightarrow p = \frac{l}{l-x} p_0$ **(0,5 p.)** Pentru obținerea expresiei forței de revenire $F_r = \frac{l}{l-x} p_0 S - p_0 S = p_0 S\left(\frac{l}{l-x} - 1\right) \Rightarrow F_r = p_0 S \frac{x}{l-x}$ **(0,5 p.)** Pentru observarea că la valori mici ale deplasării de la poziția de echilibru $x << l$ și forța de revenire este direct proporțională cu deplasarea x, adică este cvasi elastică: $F_r = \frac{p_0 S}{l} x \equiv kx \Rightarrow k = \frac{p_0 S}{l}$ **(1,0 p.)** Pentru obținerea expresiei pentru perioada oscilațiilor mici: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{p_0 S}}$; **(0,5 p.)** $m = \frac{p_0 S}{g} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{p_0 S}{g} \cdot \frac{l}{p_0 S}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ **(0,5 p.)**	**3,5 p.**
	Total max.	**10 p.**