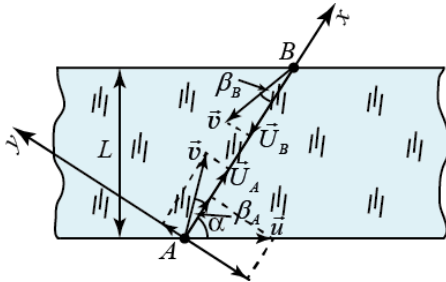


Problema 10.1

	<p>$\vec{U} = \vec{v} + \vec{u}$ (1)</p> <p>- viteza bărcii în raport cu malul râului</p> <p>\vec{U}_A viteza bărcii în raport cu malul la mișcarea din A spre B.</p> <p>\vec{U}_B viteza bărcii în raport cu malul la mișcarea din B spre A.</p>	 <p align="right">1.0 p.</p>
<p>a)</p>	<p>Proiectarea relației pe axe de coordonate:</p> <p>La mișcarea din A spre B: La mișcarea din B spre A:</p> $\begin{cases} U_A = v \cos \beta_A + u \cos \alpha, \\ 0 = v \sin \beta_A - u \sin \alpha, \end{cases} \quad (2) \quad \underline{(0.5 \text{ p.})} \quad \begin{cases} -U_B = -v \cos \beta_B + u \cos \alpha, \\ 0 = v \sin \beta_B - u \sin \alpha, \end{cases} \quad (3) \quad \underline{(0.5 \text{ p.})}$ <p>Din ecuația a doua a sistemelor (2) și (3) rezultă</p> $\sin \beta_A = \sin \beta_B = \frac{u}{v} \sin \alpha \Rightarrow \beta_A = \beta_B \quad \underline{(1.0 \text{ p.})}$ <p>Din figură se obține lungimea s a drumului parcurs AB $s = L / \sin \alpha$.</p> <p>Timpu de parcurgere a distanței s în ambele sensuri este</p> $t = \frac{s}{U_A} + \frac{s}{U_B} = \frac{2sv \cos \beta}{v^2 \cos^2 \beta - u^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2Lv \cos \beta}{[v^2 \cos^2 \beta - u^2 \cos^2 \alpha] \sin \alpha} \quad \underline{(1.0 \text{ p.})}$ <p>de unde se obține ecuația de gradul 2 pentru $v \cos \beta$:</p> $(v \cos \beta)^2 - \frac{2L}{t \sin \alpha} \cdot v \cos \beta - u^2 \cos^2 \alpha = 0 \quad \underline{(2.0 \text{ p.})}$ <p>Soluția căreia este $v \cos \beta = \frac{L}{t \sin \alpha} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{u^2 t^2}{L^2} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \right)$. (4) <u>(1.0 p.)</u></p> <p>Se formează sistemul de ecuații compus din a doua ecuație a sistemului (2) sau (3) și ecuația (4):</p> $\begin{cases} v \cos \beta = \frac{L}{t \sin \alpha} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{u^2 t^2}{L^2} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \right), \\ v \sin \beta = u \sin \alpha, \end{cases} \quad (5) \quad \underline{(1.0 \text{ p.})} \quad \text{de unde}$ $\text{tg } \beta = \frac{u t \sin^2 \alpha}{L \left(1 + \sqrt{1 + \frac{u^2 t^2}{L^2} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \right)} \quad \underline{(1.0 \text{ p.})}$ <p>Numeric se obține</p> $\text{tg } \beta = \frac{2 \cdot 5 \cdot 60 \cdot \frac{3}{4}}{200 \sqrt{3} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 25 \cdot 3600}{200 \cdot 200 \cdot 3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}} \right)} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = 30^\circ \quad \underline{(0.5 \text{ p.})}$	<p align="right">8.5 p.</p>
<p>b)</p>	<p>Din ecuația a doua a sistemului (5) se obține viteza</p> $v = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot u = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot 2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s} \approx 3,46 \text{ m/s}$	<p align="right">0.5 p.</p>