

**Problema 10.2**

<p><b>a)</b></p>	<p>După ciocnirea cu peretele mingea se reîntoarce la sol cu viteza inițială  <math display="block">v'_B = kv_B = kv_0 \cos \alpha \quad (1) \quad \underline{(1.0 \text{ p.})}</math> Distanța pe orizontală parcursă la reîntoarcere  <math display="block">L = v'_B t = v'_B \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (2) \quad \underline{(0.25 \text{ p.})}</math> Înălțimea maximă este  <math display="block">H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (3) \quad \underline{(0.5 \text{ p.})}</math> Din (1) – (3) se obține coeficientul de restabilire  <math display="block">k = \frac{2Lg}{v_0^2 \sin 2\alpha} \quad (4) \quad \underline{(1.0 \text{ p.})}</math> Numeric:  <math display="block">k = \frac{2 \cdot 3 \sqrt{3} \cdot 10}{36 \cdot 5 \cdot \sin 90^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58 \quad \underline{(0.25 \text{ p.})}</math></p>	<p><b>3.0 p.</b></p>
<p><b>b)</b></p>	<p>Mișcarea mingii de la <math>B</math> spre <math>A</math> este echivalentă cu mișcarea de la <math>A</math> spre <math>B</math>, adică mingea aruncată cu viteza <math>v_A</math> sub unghiul <math>\beta</math> față de orizont.  Atunci  <math display="block">L = \frac{v_A^2 \sin 2\beta}{2g} \quad (5) \quad \underline{(0.25 \text{ p.})}</math> Mișcarea pe orizontală este uniformă și de aceea  <math display="block">v'_B = v_A \cos \beta \quad (6) \quad \underline{(0.25 \text{ p.})}</math> Înlocuind (4) și (6) în (1) se obține  <math display="block">v_A \cos \beta = \frac{Lg}{v_0 \sin \alpha} \quad (7) \quad \underline{(1.0 \text{ p.})}</math> Rezolvând sistemul de ecuații (5) și (7) se obține  <math display="block">L = \frac{v_A^2 \sin 2\beta}{2g} = \frac{2v_A^2 \sin \beta \cos \beta}{2g} = \frac{v_A \sin \beta}{g} \cdot \frac{Lg}{v_0 \sin \alpha} \Rightarrow v_A \sin \beta = v_0 \sin \alpha .</math> <math display="block">\begin{cases} v_A \sin \beta = v_0 \sin \alpha, \\ v_A \cos \beta = \frac{Lg}{v_0 \sin \alpha}, \end{cases} \Rightarrow \beta = \arctg \left( \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{Lg} \right) . \quad \underline{(2.0 \text{ p.})}</math> Din (5) avem  <math display="block">2gL = 2v_A^2 \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \cdot \cos \beta \Rightarrow Lg = v_A^2 \sqrt{1 - \frac{L^2 g^2}{v_A^2 v_0^2 \sin^2 \alpha}} \cdot \frac{Lg}{v_A v_0 \sin \alpha} \Rightarrow</math> <math display="block">\Rightarrow 1 = \frac{\sqrt{v_A^2 v_0^2 \sin^2 \alpha - L^2 g^2}}{v_0^2 \sin^2 \alpha} \Rightarrow v_A^2 v_0^2 \sin^2 \alpha = v_0^4 \sin^4 \alpha + L^2 g^2 \Rightarrow</math> <math display="block">\Rightarrow v_A = \frac{\sqrt{L^2 g^2 + v_0^4 \sin^4 \alpha}}{v_0 \sin \alpha} . \quad \underline{(3.0 \text{ p.})}</math> Numeric  <math display="block">\beta = \arctg \left( \frac{36 \cdot 5 \cdot \sin^2 45^\circ}{3\sqrt{3} \cdot 10} \right) = \arctg \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 60^\circ \quad \underline{(0.25 \text{ p.})}</math> și  <math display="block">v_A = \frac{\sqrt{9 \cdot 3 \cdot 100 + 36 \cdot 5 \cdot 36 \cdot 5 \cdot \frac{1}{4}}}{6\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3 \cdot 10 \cdot \sqrt{7}}{3\sqrt{10}} = \sqrt{70} \approx 8,4 \text{ m/s} \quad \underline{(0.25 \text{ p.})}</math></p>	<p><b>7.0 p.</b></p>