**Problema 11.3**

<table>
<tr>
<td>a)</td>
<td>

Se observă că după căderea inelului se formează un pendul elastic cu rigiditatea $k$ şi masa $M + m$. Perioada este

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,3+0,1}{100}} \approx 0,4\ \text{s} \qquad \underline{\textbf{(0.75 p.)}}$$

Legea conservării energiei pentru mişcarea inelului:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} \qquad \underline{\textbf{(0.5 p.)}}$$

$v$ – este viteza inelului imediat înaintea aterizării pe disc.
Legea conservării impulsului:

$$mv = (M+m)v_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{m}{M+m}v = \frac{m}{M+m}\sqrt{2gh} \qquad \underline{\textbf{(0.5 p.)}}$$

$v_1$ - este viteza sistemului după aterizarea inelului pe disc.
După începutul mişcării discului cu inelul pe el, resortul se deformează până când toată energia sistemului se va transforma în energie potenţială a resortului deformat. După aceasta sistemul va efectua oscilaţii armonice în jurul unei poziţii de echilibru. Până la căderea inelului resortul era deja alungit cu $a = Mg/k$, iar după aceasta el se mai alungeşte cu $x_0 = (M+m)g/k$. Legea conservării energiei pentru procesul oscilatoriu este:

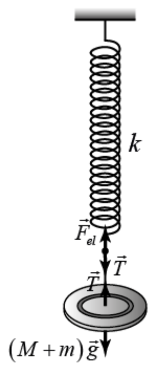
$$\frac{(M+m)v_1^2}{2} + \frac{k(x_0-a)^2}{2} = \frac{kA^2}{2}. \quad \Rightarrow \quad \frac{2ghm^2}{(M+m)} + \frac{m^2g^2}{k} = kA^2 \qquad \underline{\textbf{(2.0 p.)}}$$

De unde $A = \sqrt{\dfrac{2ghm^2}{k(M+m)} + \dfrac{m^2g^2}{k^2}} = \dfrac{mg}{k}\sqrt{1 + \dfrac{2kh}{(M+m)g}}$ (1) $\underline{\textbf{(1.0 p.)}}$

Numeric $A = \dfrac{0,1\cdot 10}{100}\sqrt{1 + \dfrac{2\cdot 100\cdot 0,1}{0,4\cdot 10}} = \sqrt{6}$ cm $\underline{\textbf{(0.25 p.)}}$

</td>
<td>5.0 p.</td>
</tr>
<tr>
<td>b)</td>
<td>

Din (1) avem $h = \dfrac{(M+m)g}{2k}\left[\left(\dfrac{kA}{mg}\right)^2 - 1\right]$ $\underline{\textbf{(0.75 p.)}}$ (2)




Înălţimea $h$ va fi maximă când amplitudinea va fi maximă
Pentru ca sistemul (după căderea inelului) să efectueze oscilaţii armonice este necesar ca forţa rezultantă ce acţionează asupra lui să fie proporţională cu valoarea abaterii corpului de la poziţia de echilibru şi orientată în direcţie inversă acestei abateri. În decursul oscilaţiilor asupra corpului (discul cu inelul pe el) acţionează forţa de greutate $(M+m)\vec{g}$ şi forţa de întindere a firului $\vec{T}$

$$\vec{F} = \vec{T} + (M+m)\vec{g} = \vec{F}_{el} + (M+m)\vec{g} = \vec{F}_{el,0} + \Delta\vec{F}_{el} + (M+m)\vec{g} \qquad \underline{\textbf{(2.0 p.)}}$$

unde $\vec{F}_{el,0}$ - este forţa de elasticitate a resortului în starea de echilibru a greutăţii egală cu $-(M+m)\vec{g}$, iar $\Delta\vec{F}_{el}$ este variaţia forţei de elasticitate la deplasarea corpului de la echilibru, $\Delta F_{el} = -kx$. Oscilaţiile vor înceta să mai fie armonice când <u>**firul nu va mai fi tensionat**</u>. Aceasta se va întâmpla când discul cu inelul se vor ridica mai sus de poziţia de echilibru cu $\Delta x$ egal cu deformaţia resortului la echilibru, adică $k\Delta x = (M+m)g$ . Aşadar

$$A_{max} \le \Delta x = \frac{(M+m)g}{k} \qquad \underline{\textbf{(2.0 p.)}}$$

Astfel

$$h_{max} = \frac{(M+m)g}{2k}\left[\left(\frac{M+m}{m}\right)^2 - 1\right] = \frac{0,4\cdot 10}{2\cdot 100}\cdot 15 = 30\ \text{cm} \quad (1) \qquad \underline{\textbf{(0.25 p.)}}$$

</td>
<td>5.0 p.</td>
</tr>
</table>