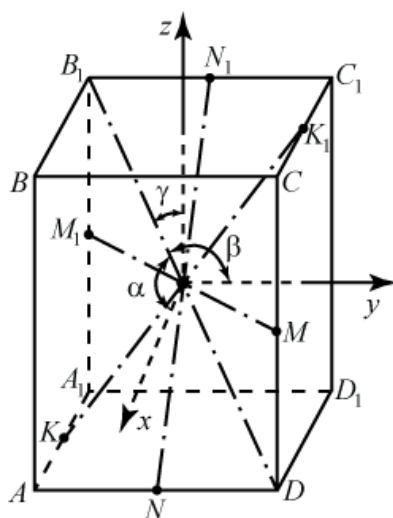


Universitatea Tehnică a Moldovei

**Mecanică.**  
**Fizică moleculară și termodinamică**  
**Îndrumar de laborator**



Chișinău  
2010

**Universitatea Tehnică a Moldovei**  
Facultatea Radioelectronică și Telecomunicații  
Catedra Fizica

**Mecanică.**  
**Fizică moleculară și termodinamică**  
**Îndrumar de laborator**

**Chișinău**  
**U.T.M.**  
**2010**

Îndrumarul de laborator este întocmit în conformitate cu programul de studii la fizică pentru Universitatea Tehnică. Fiecare lucrare se încheie cu întrebări de control, care cuprind minimul de cunoștințe necesare pentru admiterea la efectuarea lucrărilor de laborator.

Îndrumarul este destinat studenților tuturor specialităților de la anul I universitar, secția de zi și cu frecvență redusă.

Îndrumarul a fost revăzut și pregătit pentru reeditare de dr., conf. univ. S.Rusu și dr., conf. univ. V.Șura în baza indicațiilor metodice pentru lucrări de laborator la Fizică: Mecanică. Fizică Moleculară și Termodinamică. Chișinău U.T.M. 2007.

Responsabili de ediție: dr., conf. univ. S.Rusu,  
dr., conf. univ. V.Șura.

Redactor responsabil: dr., conf. univ. I.Molodeanu

Recenzent: dr., conf. univ. M.Migle

# 1. MIȘCAREA DE rotație A SOLIDULUI RIGID

## 1.1. Energia cinetică de rotație

În acest capitol se studiază corpurile solide rigide. Astfel de corpuri pot fi privite ca sisteme de particule (puncte materiale), distanțele dintre care rămân invariabile în timpul mișcării.

Vom studia rotația unui corp în jurul unei axe fixe. În acest caz traiectoriile tuturor punctelor, ce aparțin corpului, reprezintă circumferințe concentrice, ale căror plane sunt perpendiculare pe axa de rotație, iar centrele sunt situate pe această axă. Notăm cu  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$  distanțele de la axa de rotație a punctelor materiale având masele  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ . La diferite distanțe punctele materiale au diferite viteze  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ .

Energia cinetică a unei particule  $i$  este

$$W_{ci} = \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Se știe că între viteza liniară  $v_i$  a particulei, distanța acesteia până la axa de rotație  $r_i$  și viteza unghiulară  $\omega$  există relația

$$v_i = \omega r_i. \quad (1.1)$$

Folosind această relație, obținem pentru energia cinetică a particulei expresia

$$W_{ci} = \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2}. \quad (1.2)$$

Deoarece corpul solid este rigid, toate particulele au aceeași viteză unghiulară  $\omega$ . Energia cinetică a corpului  $W_c$  este egală cu suma energiilor tuturor particulelor corpului:

$$W_c = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2) \frac{\omega^2}{2} \quad (1.3)$$

Mărimea

$$I = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2) = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (1.4)$$

se numește moment de inerție al corpului. Ținând seama de (1.4), formula pentru energia cinetică de rotație a corpului poate fi scrisă sub forma

$$W_c = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (1.5)$$

Această formulă este valabilă pentru corpul ce se rotește în jurul unei axe fixe. La mișcarea plană a corpului, când punctele acestuia se deplasează în plane paralele, de exemplu, la rostogolirea unui cilindru pe un plan ori în cazul pendulului lui Maxwell energia cinetică a corpului se va compune din energia mișcării de translație cu viteza egală cu viteza centrului de masă și din energia de rotație în jurul axei, ce trece prin centrul de masă al corpului, adică

$$W_c = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega_c^2}{2}. \quad (1.6)$$

## 1.2. Momentul de inerție

Moment de inerție al unei particule în raport cu o axă de rotație se numește mărimea egală cu produsul dintre masa ei și pătratul distanței de la axă.

*Momentul de inerție al corpului* față de axă este egal cu suma momentelor de inerție ale tuturor particulelor ce constituie corpul, adică

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (1.7)$$

Particulele situate mai departe de axa de rotație aduc o contribuție mai mare în suma (1.4), decât cele situate mai aproape. Prin urmare, momentul de inerție depinde de distribuția masei în

raport cu axa de rotație. Momentul de inerție al unuia și aceluiași corp va fi diferit în funcție de poziția axei de rotație. Dacă, de exemplu, o tijă subțire se rotește în jurul axei sale longitudinale, atunci momentul ei de inerție va fi neglijabil, deoarece toate particulele sunt situate foarte aproape de axa de rotație și deci mărimile  $r_1^2, r_2^2, r_3^2, \dots, r_n^2$  din formula (1.4) sunt foarte mici. Dacă însă tija se rotește în jurul unei linii perpendiculare pe axa ei, atunci momentul de inerție va fi mult mai mare. Așadar, momentul de inerție depinde de poziția axei și de direcția ei. Dacă axa de rotație nu este indicată în mod special, atunci se consideră că se trece prin centrul de masă al corpului.

Dacă corpul este divizat în volume infinit mici (elementare) având mase elementare  $dm$ , atunci valoarea momentului de inerție poate fi determinată astfel

$$I = \int r^2 dm, \quad (1.8)$$

unde integrarea (sumarea) se face pentru toate elementele de masă ale corpului.

Folosind formula (1.8), pot fi calculate momentele de inerție ale diferitor corpuri. Pentru un disc plan (sau un cilindru omogen) de rază  $R$  și masă  $m$  momentul de inerție față de axa ce trece prin centrul de masă, normal pe planul discului, este

$$I_c = \frac{1}{2} mR^2. \quad (1.9)$$

În cazul unui inel momentul de inerție este dat de expresia

$$I_c = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2), \quad (1.10)$$

unde  $R_1$  și  $R_2$  sunt, respectiv, razele interioară și exterioară ale inelului.

Dacă axa de rotație este deplasată față de axa ce trece prin centrul de masă  $C$  la distanța  $a$  (vezi Fig. 1.1), atunci momentul de inerție se determină, aplicând teorema lui Steiner:

**Momentul de inerție față de o axă arbitrară este egal cu suma dintre momentul de inerție  $I_c$  față de axa ce trece prin centrul de masă al corpului paralel cu axa dată și produsul dintre masa corpului  $m$  și pătratul distanței  $a$  dintre aceste axe**

$$I = I_c + ma^2 \quad (1.11)$$

Din formula (1.11) rezultă că momentul de inerție față de axa ce trece prin centrul de masă este mai mic decât momentul de inerție al aceluiași corp față de axa ce nu coincide cu prima.

Noțiunea de moment de inerție a fost introdusă atunci, când se studia energia cinetică de rotație a corpului solid. Trebuie însă de avut în vedere faptul că fiecare corp posedă un moment de inerție față de orice axă, independent de faptul dacă el se mișcă ori se află în repaus, după cum corpul posedă masă, independent de starea sa de mișcare.

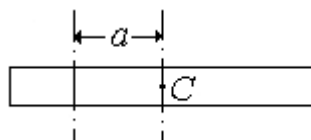


Fig. 1.1

### **Momentul de inerție caracterizează proprietățile inerțiale ale corpului în mișcarea de rotație.**

Pentru a caracteriza în mod complet proprietățile inerțiale ale unui corp de formă arbitrară în rotație, este suficient să cunoaștem momentele de inerție față de trei axe ce trec prin centrul de inerție: momentele de inerție maxim  $I_{\max}$ , minim  $I_{\min}$ , și momentul de inerție față de axa normală la primele două  $I_{\text{med}}$ .

### **1.3. Ecuația fundamentală a dinamicii mișcării de rotație a corpului solid relativ de o axă fixă**

Fie o forță  $F_0$  aplicată unui corp (vezi Fig. 1.2) în punctul situat la distanța  $R$  de la axă. Această forță poate fi reprezentată ca

sumă a două componente: o componentă paralelă cu axa de rotație  $F_{\parallel}$  și alta situată în planul perpendicular pe axa de rotație  $F_{\perp}$ . Forța  $F_{\parallel}$  poate îndoi axa sau deforma corpul, dar nu-i va comunica o mișcare de rotație. Forța  $F_{\perp}$  o descompunem în două componente: componenta  $F_{\tau}$  tangentă la circumferința cu centrul în punctul

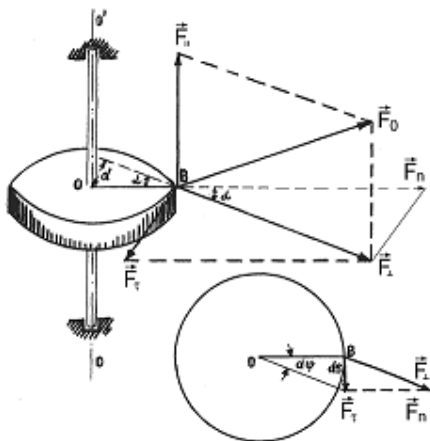


Fig. 1.2

$O$ , pe care se mișcă punctul  $B$ , și componenta  $F_n$  normală, orientată de-a lungul razei  $OB$ . La fel ca și  $F_{\parallel}$  forța  $F_n$ , fiind perpendiculară pe axa de rotație  $O'O''$ , nu va putea provoca o mișcare de rotație în jurul acestei axe. Astfel momentul forței  $F_{\tau}$  în raport cu axa  $O'O''$  este egal cu

$$M = F_{\tau} \cdot R. \quad (1.12)$$

Din desen rezultă că modulul forței  $F_{\tau}$  este  $F_{\tau} = F_{\perp} \sin \alpha$ . În continuare vom nota  $F_{\perp}$  cu  $F$ . Atunci, expresia (1.12) poate fi scrisă astfel:

$$M = F \cdot R \cdot \sin \alpha = F \cdot d, \quad (1.13)$$

unde  $d = R \cdot \sin \alpha$  este numit brațul forței  $F$ , și este cea mai scurtă distanță dintre axa de rotație și linia de acțiune a forței.

**Momentul forței  $F$  se numește mărimea fizică egală numeric cu produsul dintre modulul forței  $|F|$  și brațul acesteia  $d$ .**



Relațiile (1.12) și (1.13) determină valoarea numerică a momentului forței în raport cu o axă. Menționăm că momentul forței în raport cu un punct oarecare  $O$  este o mărime fizică vectorială ce reprezintă produsul vectorial dintre raza vectorială a punctului de aplicație al forței și vectorul forței:  $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$ . Vectorul momentului forței este normal la planul, în care se află vectorii  $\vec{r}$  și  $\vec{F}$ , și sensul acestui vector poate fi determinat conform *regulii burghiului* de dreapta.

Fie că în timpul  $dt$  mobilul se rotește cu un unghi infinit mic  $d\varphi$ , atunci punctul de aplicație al forței, rotindu-se cu același unghi, va parcurge distanța  $ds$ , astfel încât  $ds = R \cdot d\varphi$ . Lucrul elementar al forței  $F_r$  este  $\delta L = F_r ds = F_r R d\varphi$ . Luând în considerație (1.12), putem scrie

$$\delta L = M d\varphi. \quad (1.14)$$

Pe de altă parte, lucrul forței determină creșterea energiei cinetice în mișcarea de rotație a corpului solid și de aceea, ținând seama de (1.6) avem  $M d\varphi = d(I\omega^2/2)$ .

În situația când momentul de inerție rămâne constant în timpul mișcării, expresia de mai sus poate fi reprezentată sub forma

$$M d\varphi = I\omega d\omega. \quad (1.15)$$

Ecuția (1.15) poate fi reprezentată și sub un alt aspect, dacă se va ține seama că  $\omega = d\varphi/dt$  și atunci

$$M = I \frac{d\omega}{dt}. \quad (1.16)$$

Deoarece raportul  $d\omega/dt$  este accelerația unghiulară  $\varepsilon$ , relația (1.16) poate fi scrisă și astfel

$$M = I\varepsilon. \quad (1.17)$$

Ecuția (1.17) reprezintă legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație a rigidului în raport cu o axă fixă, deci:

**Momentul forței ce acționează asupra unui corp față de o axă este egal cu produsul dintre momentul de inerție al**

**corpului relativ de această axă și accelerația unghiulară a acestuia.**

#### **1.4. Legea conservării momentului impulsului**

La studiul mișcării de rotație a solidului se observă o analogie între formulele ce descriu mișcarea de translație a unui punct material și legile de rotație a mobilului:

**în mișcare de traslanție:**  $F = ma$  ;  $W_c = mv^2/2$  ;  $\delta L = F_s ds$  .

**în mișcarea de rotație:**  $M = I\varepsilon$  ;  $W_c = I\omega^2/2$  ;  $\delta L = Md\varphi$  .

În mișcarea de rotație rolul forței îl joacă momentul forței, rolul masei – momentul de inerție, rolul vitezei liniare – viteza unghiulară ș.a.m.d.

Să determinăm ce mărime fizică corespunde impulsului corpului. Pentru aceasta divizăm imaginar rigidul în puncte materiale. Fie un punct material arbitrar de masă  $m_i$  situat la distanța  $r_i$  de la axa de rotație, ce posedă o viteză lineară  $v_i$  . Atunci mărimea fizică egală numeric cu produsul dintre impulsul punctului material și distanța acestuia până la axa de rotație

$$L_i = m_i v_i r_i \quad (1.18)$$

este numită *moment al impulsului* punctului material în raport cu această axă.

Momentul impulsului unui punct material în raport cu un punct arbitrar  $O$  este un vector ce se definește cu produsul vectorial dintre raza vectoare a punctului material și impulsul acestuia,  $\vec{L}_i = [\vec{r}_i, m_i \vec{v}_i]$  .

Luând în considerare că,  $v_i = \omega r_i$  atunci vom obține  $L_i = m_i \omega r_i^2$  . Momentul impulsului total al rigidului în raport cu o axă este egal cu suma momentelor impulsurilor tuturor punctelor materiale ce constituie corpul, adică

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega,$$

sau luând în considerare definiția (1.4), obținem

$$L = I\omega \quad (1.19)$$

**Momentul impulsului unui rigid în raport cu o axă este egal cu produsul dintre momentul de inerție al corpului față de această axă și viteza sa unghiulară.**

Diferențiind ecuația (1.19) în raport cu timpul vom avea

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = I \frac{d\omega}{dt}. \quad (1.20)$$

Comparând relațiile (1.16) și (1.20), obținem ecuația

$$\frac{dL}{dt} = M. \quad (1.21)$$

Relația (1.21) reprezintă o altă expresie a ecuației fundamentale a dinamicii rigidului în raport cu o axă fixă. Sub formă vectorială această relație are aspectul

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (1.22)$$

Relația (1.22) este valabilă și pentru un sistem de puncte materiale dacă prin  $\vec{M}$  se va înțelege momentul resultant al tuturor forțelor exterioare ce acționează asupra sistemului, iar prin  $\vec{L}$  – suma vectorială a momentelor impulsurilor punctelor materiale ce alcătuiesc sistemul. Strict vorbind, relația (1.22) este valabilă numai pentru axele principale de rotație ale solidului, pentru care  $\vec{L} \parallel \vec{M}$ .

În lipsa forțelor exterioare (sistem închis)  $\vec{M} = 0$  și atunci din (1.21) rezultă că  $\vec{L} = \text{const.}$ , adică

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 + I_3\omega_3 + \dots + I_i\omega_i = \text{const.} \quad (1.23)$$

Expresia (1.23) reprezintă legea conservării momentului impulsului.

**Momentul impulsului unui sistem închis este o mărime constantă.**

Legea conservării impulsului este o lege fundamentală a naturii și rezultă din izotropia spațiului, adică din faptul că proprietățile spațiului sunt la fel în orice direcție. Menționăm, că momentul impulsului rămâne constant și atunci când momentul sumăr al forțelor exterioare este nul (forțele exterioare se compensează reciproc).

Ecuția (1.22) proiectată pe o direcție ce coincide cu axa de rotație, de exemplu,  $z$  are forma

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z. \quad (1.24)$$

Din (1.24) rezultă, că în situația când suma proiecțiilor momentelor tuturor forțelor exterioare pe o axă dată este nulă, momentul impulsului sistemului rămâne o mărime constantă în raport cu această axă.

## **Lucrarea de laborator Nr.1**

### **Studiul legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație**

**Scopul lucrării:** verificarea experimentală a legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație a rigidului.

**Aparate și accesorii:** pendulul Oberbeck, cronometru, electromagnet, șubler, riglă, balanță, greutate marcate.

**Teoria:** de studiat § 1.1–1.4 și § 4.1 – 4.3 din [2].

#### **1. Montajul experimental**

În această lucrare se studiază legile dinamicii de rotație a rigidului în jurul unei axe fixe prin verificarea experimentală a ecuației fundamentale a dinamicii mișcării de rotație.

În Fig. 1.3 este reprezentată schema montajului experimental. Acest dispozitiv este cunoscut ca *pendulul lui Oberbeck*. De bara verticală 1, instalată pe suportul 2, sunt fixate două console - consola interioară fixă 3 și cea superioară mobilă 4, și încă două mușe imobile - inferioară 5 și superioară 6. Cu ajutorul șurubului 7, suportul 2 se instalează strict orizontal. Pe mufa superioară 6 prin intermediul consolei 8 se fixează rulmentul roții de curea 9 și discul 10. Peste disc este trecut firul 11, un capăt al căruia este fixat de roata de curea cu două trepte 12, pe când de celălalt capăt sunt suspendate greutatețile 13. De mufa inferioară 5, prin intermediul consolei 14, se fixează electromagnetul de frânare 15, care după conectarea la sursă menține, cu ajutorul unui manșon de fricțiune, crucea de

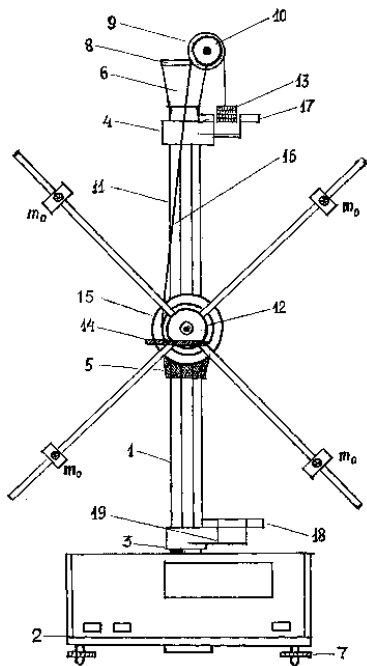


Fig. 1.3

tije împreună cu greutatețile fixate pe ele în stare de repaus. Consola mobilă 4 poate fi deplasată de-a lungul barei verticale și fixată în orice poziție, permițând măsurarea distanței parcurse de greutateți la cădere cu ajutorul riglei gradate 16. Pe consola mobilă 4 este fixat un fotoelement 17. Pe consola fixă 3 este fixat fotoelementul 18, care marchează sfârșitul măsurării timpului și conectează electromagnetul de frânare. De consola 3 se fixează consola 19 cu amortizoare elastice. Pe suportul montajului este instalat un cronometru, la bornele căruia sunt conectate fotoelementele 17 și 18.

Tijele pendulului Oberbeck împreună cu greutatețile se pot roti liber în jurul axei orizontale. Momentul de inerție al sistemului

$I$  poate fi modificat prin deplasarea greutăților  $m_0$  de-a lungul tijelor. Punând o greutate pe clapeta 13, firul este întins astfel încât se creează un moment de rotație

$$M = T' \cdot r, \quad (1)$$

unde  $T'$  este forța de tensiune din fir, iar  $r$  – raza roții de curea (Fig. 1.4). Luând în considerare forțele de frecare din sistem, ecuația (1) poate fi scrisă sub forma

$$I\varepsilon = T'r - M_{fr}. \quad (2)$$

Pe de altă parte greutatea efectuează o mișcare de translație și, respectiv, se supune principiului II al lui Newton, astfel încât putem scrie

$$ma = mg - T, \quad (3)$$

unde  $a$  este accelerația mișcării de translație a greutății și poate fi reprezentată în modul următor

$$a = \varepsilon r, \quad (4)$$

unde  $\varepsilon$  este accelerația unghiulară obținută la desfășurarea firului de pe roata de curea fără alunecare. Din ecuațiile (2 – 4), ținând seama că  $T' = T$ , ușor se obține următoarea expresie pentru accelerația unghiulară

$$\varepsilon = \frac{mgr - M_{fr}}{I + mr^2}. \quad (5)$$

Accelerația unghiulară  $\varepsilon$  poate fi determinată simplu pe cale experimentală. Într-adevăr, măsurând timpul  $t$ , în care greutatea de masă  $m$  coboară de la înălțimea  $h$ , se poate obține accelerația

liniară  $a = 2h/t^2$  și, respectiv, accelerația unghiulară

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2}. \quad (6)$$

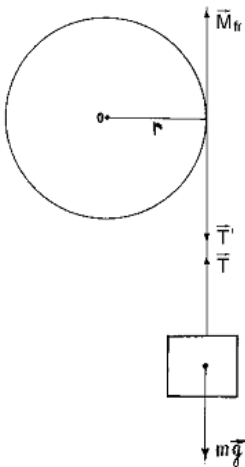


Fig. 1.4

Expresia (5) exprimă relația dintre accelerația unghiulară  $\varepsilon$ , ce poate fi determinată experimental, și momentul de inerție  $I$ . În relația (5) termenul  $mr^2$  poate fi neglijat (în condițiile experimentului  $mr^2/I \ll 0.01$ ). Luând în considerare această modificare obținem o relație relativ simplă, ce poate fi ușor verificată experimental

$$\varepsilon = \frac{mgr - M_{fr}}{I}. \quad (7)$$

Vom studia pe cale experimentală dependența accelerației unghiulare  $\varepsilon$  de momentul forței exterioare  $M = mgr$  cu condiția că momentul de inerție rămâne constant. În graficul funcției

$$\varepsilon_i = f(M_i)$$

conform relației (7), datele experimentale ar trebui să se afle pe o dreaptă (Fig. 1.5), coeficientul unghiular al căreia este egal cu  $1/I$ , iar punctul de intersecție cu axa  $M$  reprezintă valoarea momentului forțelor de frecare  $M_{fr}$ .

## 2. Modul de lucru. Prelucrarea datelor experimentale

**2.1** Se echilibrează pendulul. Se fixează greutatea  $m_0$  pe tije la o distanță  $R$  de la axa pendulului. În poziția aceasta pendulul trebuie să se afle în echilibru indiferent. Se verifică, dacă pendulul este echilibrat. În acest scop pendulului i se imprimă o mișcare de rotație, lăsându-l apoi să se oprească. Pendulul se consideră echilibrat atunci, când se oprește în poziții diferite. Se verifică experimental formula (7). Pentru aceasta se fixează de fir greutatea marcată de masă  $m$  și se măsoară timpul  $t$ , în care masa  $m$  coboară de la înălțimea  $h$ . Măsurarea timpului  $t$  pentru fiecare greutate ce cade de la aceeași înălțime se va repeta de cel puțin 5 ori. Calculând valoarea medie a timpului de cădere, se determină valoarea medie a accelerației unghiulare utilizând pentru aceasta formula (6). Măsurările

descrie în acest *punct* se efectuează pentru 5 valori ale masei  $m$ . Datele măsurărilor se introduc într-un tabel. După ce sunt obținute datele necesare se construiește graficul funcției  $\varepsilon_i = f(M_i)$ . Apoi din grafic se va determina momentul de inerție  $I$  și momentul forțelor de frecare  $M_{fr}$ .

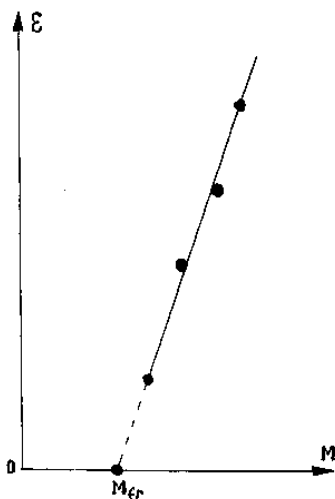


Fig. 1.5

**2.2** Aceeași serie de măsurări se repetă și pentru roata de curea de o altă rază, și respectiv se va determina  $I$  și  $M_{fr}$ . Se compară

aceste valori cu cele obținute anterior.

**2.3** Se deduc formulele pentru erori și se calculează erorile mărimilor studiate. Se prezintă rezultatul final și se analizează rezultatele obținute.

### Întrebări de control

1. Ce numim solid rigid ?
2. Ce numim moment al forței în raport cu un punct și-n raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?
3. Ce numim moment de inerție al unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?
4. Ce numim moment al impulsului unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu un punct și-n raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?
5. Formulați teorema Steiner. Explicați limita ei de aplicare.



6. Formulați legea conservării momentului impulsului.
7. Obțineți formula de lucru (7).
8. Ce forță creează momentul de rotație al crucii de tije din lucrare?
9. Cum se poate determina accelerația lineară a corpului în momentul contactului cu clapeta inferioară?
10. Cum se poate verifica pe cale experimentală legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație ?
11. În care măsurări din experiențele efectuate s-au admis cele mai mari erori ? Cum se pot reduce aceste erori ?

## Lucrarea de laborator Nr. 2

### Determinarea momentului de inerție al volantului

**Scopul lucrării:** studiul legilor mișcării de rotație, determinarea momentului de inerție al volantului și a forței de frecare din rulment.

**Aparate și accesorii:** montaj experimental pentru determinarea momentului de inerție al volantului, cronometru, electromagnet, șubler, greutăți marcate, balanță.

**Teoria:** de studiat § 1.1–1.4 și § 4.1–4.3 din [2].

#### 1. Montajul experimental. Metoda măsurărilor

Momentul de inerție al volantului și forța de frecare în rulment se determină cu ajutorul montajului reprezentat în Fig. 1.6 Volantul 1 și roata de curea 2 fixată rigid pe volant se pot roti pe axul 3, montat pe bara verticală 4. Pe roata de curea se înfășoară un

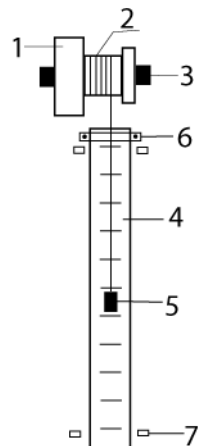


Fig. 1.6

fir, de capătul liber al căruia se fixează o greutate 5. Inițial greutatea este fixată prin intermediul electromagnetului de frânare 6. În poziția inferioară a scării gradate este fixat un fotoelement 7, care determină timpul. La conectarea cronometrului electronic, circuitul electromagnetului de frânare se deconectează, fiind eliberat firul cu greutate. Ca urmare, sub acțiunea forței de greutate, corpul începe să cadă. Firul, de care este suspendat corpul, se întinde și, ca rezultat, apare un moment de rotație ce acționează asupra roții de curea. Greutatea se mișcă uniform accelerat cu accelerația  $a$  până când se desfășoară tot firul. La acest moment greutatea trece prin dreptul fotoelementului inferior 7, provocând deconectarea cronometrului electric, care înregistrează timpul căderii greutății. După ce greutatea parcurge distanța  $h_1$ , egală cu lungimea firului, volantul continuă să se rotească și firul începe să se înfășoare din nou pe roata de curea, greutatea urcându-se la înălțimea  $h_2$ . În poziția de sus greutatea posedă energia potențială  $mgh$ . După începutul mișcării, o parte din această energie se transformă în energia cinetică a sistemului, iar altă parte se consumă pentru a învinge forțele de frecare din sistem, deci

$$mgh_1 = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + F_{fr}h_1, \quad (1)$$

unde  $mv^2/2$  este energia cinetică a greutății la mișcarea de translație,  $I\omega^2/2$  – energia cinetică a volantului și a roții de curea la mișcarea de rotație,  $\omega$  – viteza unghiulară a volantului,  $I$  – momentul de inerție al volantului și roții de curea,  $F_{fr} \cdot h_1$  – lucrul efectuat pentru învingerea forțelor de frecare din rulment. Când greutatea, în virtutea inerției, urcă la înălțimea  $h_2$ , energia cinetică a sistemului trece în energia potențială a greutății  $mgh_2$  și o parte se cheltuie la învingerea forțelor de frecare din rulment:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = F_{fr}h_2 + mgh_2. \quad (2)$$

Din ecuațiile (1), (2) obținem:

$$mgh_1 - mgh_2 = F_{fr} (h_1 + h_2), \quad (3)$$

de unde

$$F_{fr} = \frac{mg(h_1 - h_2)}{h_1 + h_2}. \quad (4)$$

Mișcarea greutății este uniform accelerată fără viteză inițială, de aceea accelerația  $a$  și viteza lineară  $v$  sunt date, respectiv, de relațiile

$$a = \frac{2h_1}{t^2}, \quad v = \frac{2h_1}{t}, \quad (5)$$

unde  $t$  este timpul de coborâre a greutății de la înălțimea  $h_1$ .

Viteza unghiulară a volantului este dată de relația

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2h_1}{rt}, \quad (6)$$

unde  $r$  este raza roții de curea. Substituind acum în formula (1) relațiile (4) – (6), după unele transformări elementare, obținem:

$$I = \frac{md^2}{4} \left[ \frac{gh_2 t^2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1 \right], \quad (7)$$

unde  $d$  este diametrul roții de curea. Observăm, că pentru a calcula momentul de inerție  $I$  trebuie determinate mărimile  $m$ ,  $d$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  și  $t$ .

## 2. Modul de lucru. Prelucrarea datelor experimentale

**2.1.** Se verifică funcționarea aparatelor de măsură și a montajului experimental fără a se efectua careva măsurări. În timpul căderii greutății, firul trebuie să se desfășoare uniform, iar greutatea să se deplaseze lent fără oscilații în plan orizontal. Când corpul va urca în sus, după deconectarea circuitului

cronometrului, se va urmări ca firul să se înfășoare pe aceeași roată de curea.

- 2.2. Cu șublerul se măsoară de 3-5 ori diametrul roții de curea între diferite puncte de pe obada ei.
- 2.3. Se cântăresc două corpuri (greutăți cu cârlig).
- 2.4. Se fixează una din greutateți de capătul liber al firului, iar acesta se înfășoară pe roata de curea spiră lângă spiră. Cu ajutorul electromagnetului de frânare greutatea se menține în punctul superior al instalației.
- 2.5. Se instalează fotoelementul la înălțimea  $h_1$ , egală cu lungimea firului complet desfășurat, astfel încât partea de jos a greutateții să ajungă până la fotoelementul situat în poziția inferioară a instalației pentru a închide raza de lumină.
- 2.6. Se măsoară timpul de cădere  $t$  a primei greutateți  $m_1$  și înălțimea la care acesta urcă ( $h_2$ ) după oprirea cronometrului. Se repetă măsurările de cel puțin 5 ori.
- 2.7. Se repetă *itemul* (2.6) cu a doua greutate -  $m_2$ .
- 2.8. Se calculează valorile medii ale mărimilor  $t$  și  $h_2$  pentru fiecare greutate. Utilizând datele obținute și formulele (4) și (7), se calculează forța de frecare în rulment și momentul de inerție al volantului.
- 2.9. Se obțin formulele pentru calculul erorilor și se analizează rezultatele obținute.
- 2.10. Se prezintă rezultatul final.

### Întrebări de control

1. Ce numim solid rigid ?
2. Ce numim moment al forței în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?
3. Ce numim moment de inerție al unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?

4. Ce numim moment al impulsului unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?
5. Formulați teorema lui Steiner și explicați limita ei de aplicare.
6. Formulați legea conservării momentului impulsului.
7. Scrieți și demonstrați formulele de lucru (relațiile 4, 7).
8. Din ce se compune energia cinetică a sistemului?
9. Cum se calculează forța de frecare în rulmenți?
10. Ce caracter are mișcarea greutății?
11. Cum se determină viteza greutății și viteza unghiulară a volantului?

## Lucrarea de laborator Nr.2 (a)

### Determinarea momentului de inerție al pendulului Maxwell

**Scopul lucrării:** studierea mișcării compuse a rigidului și determinarea momentului de inerție al pendulului Maxwell.

**Aparate și accesorii:** set de inele, pendulul Maxwell, cronometru, șubler.

**Teoria:** - de studiat § 1.1 – 1.4 și § 4.1 – 4.3 din [2]

#### 1. Montajul experimental. Metoda măsurărilor

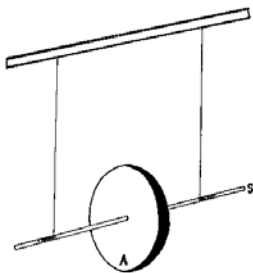


Fig. 1.7

Pendulul Maxwell (Fig. 1.7) reprezintă un disc metalic omogen fixat rigid pe o bară. Discul, pe care se montează un inel metalic demontabil, este suspendat prin intermediul barei pe două fire, ce se înfășoară pe bară spiră lângă spiră. La eliberare pendulul efectuează o mișcare, compusă din mișcarea de translație în jos și mișcarea de rotație în jurul axei de simetrie. În timpul mișcării în jos firele se

desfășoară complet, iar discul, rotindu-se, își continuă mișcarea de rotație în același sens și înfășoară firul pe axă. Ca urmare, pendulul urcă în sus, încetinindu-și treptat mișcarea. Din poziția superioară discul coboară în jos, apoi urcă din nou ș. a. m. d. Observăm, că discul efectuează o mișcare oscilatorie în jos și în sus și din această cauză dispozitivul se numește pendul. Respectiv, mișcarea este însoțită de transformarea energiei potențiale în energie cinetică și *viceversa*.

Să descriem analitic mișcarea complexă a pendulului reieșind din legea conservării energiei mecanice. În lipsa forțelor de frecare, asupra pendulului Maxwell acționează forțe conservative: forța de greutate a discului și a barei plus forțele de tensiune din fire. În această situație, conform legii conservării energiei, suma energiilor cinetică și potențială a pendulului rămâne constantă. Dat fiind faptul, că în poziția superioară pendulul posedă numai energie potențială  $W_p = mgh$ , iar în poziția inferioară numai energie cinetică, obținem:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \quad (1)$$

Mișcarea pendulului în jos, din poziția sa inițială, este o mișcare uniform accelerată. În intervalul de timp  $t$  centrul de inerție al pendulului coboară cu  $h = at^2/2$  și la finalul mișcării obține viteza  $v_c = at$ , de unde  $h = v_c t/2$ . Substituind în (1) relațiile  $h = at^2/2$  și  $\omega = v_c/r$  după unele mici transformări obținem următoarea formulă de calcul:

$$I = \frac{mD^2}{4} \left[ \frac{gt^2}{2h} - 1 \right], \quad (2)$$

unde  $m$  este masa totală a discului, barei și inelului montat pe disc;  $h$  – distanța dintre pozițiile extreme ale pendulului;  $D$  – diametrul total: diametrul barei  $D_b$  plus diametrul firelor înfășurate  $D_f$ , astfel încât  $D = D_b + 2D_f$ .

## 2. Prelucrarea datelor experimentale

- 2.1. Se măsoară înălțimea  $h$  și durata de coborâre  $t$ . Timpul de coborâre se va măsura de cel puțin 5 ori. Masele și dimensiunile barei, discului și inelului sunt indicate pe suportul montajului.
- 2.2. Se determină momentul de inerție al pendulului Maxwell, utilizând formula (2).
- 2.3. Se compară rezultatul obținut cu cel calculat conform relației  $I = I_d + I_i + I_b$ , unde  $I_d = m_d D_d^2 / 8$  este momentul de inerție al discului,  $I_i = m(r_i^2 + r_{ext}^2) / 2 = m(r_i^2 + r_{ext}^2) / 2 = m(D_i^2 + D_{ext}^2) / 8$  – momentul de inerție al inelului (ca al unui cilindru cu pereții groși),  $I_b = m_b D_b^2 / 8$  – momentul de inerție al barei.
- 2.4. Se estimează erorile și se analizează rezultatul obținut.

## 3. Modul de lucru

- 3.1. Se montează inelul pe disc.
- 3.2. Se notează înălțimea  $h$ .
- 3.3. Se conectează montajul la rețea.
- 3.4. Se fixează pendulul, atingând ușor inelul de electromagnet.
- 3.5. Se apasă butonul “Declanșare”, ce conectează cronometrul electronic odată cu începutul mișcării pendulului. În poziția inferioară cronometrul se deconectează.
- 3.6. Se înregistrează durata mișcării.
- 3.7. Se repetă măsurările de cel puțin 5 ori pentru fiecare inel.

### Întrebări de control

1. Ce numim solid rigid?
2. Ce numim moment al forței în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă ?

3. Ce numim moment de inerție al unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?
4. Ce numim moment al impulsului unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație ? În ce unități se exprimă ?
5. Formulați teorema lui Steiner și explicați limita ei de aplicare.
6. Formulați legea conservării momentului impulsului și explicați condițiile de aplicare.
7. Obțineți formula de lucru (2).
8. Să se scrie formula pentru energia cinetică a corpului ce efectuează o mișcare de rotație în jurul unei axe fixe.
9. Explicați mișcarea complexă a pendulului Maxwell.
10. Cum se determină energia cinetică a pendulului Maxwell ?
11. Formulați legea ce stă la baza demonstrării formulei pentru determinarea momentului de inerție al pendulului.
12. De ce durata coborârii trebuie determinată de câteva ori ?
13. Cum va varia durata coborârii pendulului (se mărește, se micșorează sau nu se schimbă) la înlocuirea inelului prin altul de aceleași dimensiuni, dar cu o masă mai mare ? De ce ?

### **Lucrarea de laborator Nr. 3**

#### **Determinarea momentelor de inerție principale ale rigidului cu ajutorul pendulului de torsiune**

**Scopul lucrării:** determinarea experimentală a momentelor de inerție ale corpurilor rigide.

**Aparate și accesorii:** instalația “Pendul de Torsiune PM-05”, paralelipede metalice omogene, șubler, micrometru.

**Teoria:** de studiat § 1.1-1.4 § 4.1-4.3 din [2].



## 1. Montajul experimental. Metodica măsurărilor

Pentru a caracteriza în mod complet proprietățile inerțiale ale solidului de o formă arbitrară la rotire e de ajuns a cunoaște trei momente de inerție față de axele ce trec prin centrul de inerție: momentul de inerție maxim  $I_{\max}$ , momentul de inerție minim  $I_{\min}$  și momentul de inerție față de axa normală pe primele două  $I_{\text{med}}$ . Momentele de inerție ale rigidului  $I_x$ ,  $I_y$  și  $I_z$  în raport cu axele  $x$ ,  $y$  și  $z$  ce trec prin centrul de inerție al corpului, corespunzătoare momentelor  $I_{\max}$ ,  $I_{\text{med}}$ , și  $I_{\min}$  se numesc momente de inerție principale. Momentul de inerție  $I$ , față de o axă arbitrară ce trece prin centrul de inerție, poate fi exprimat prin momentele de inerție principale al solidului utilizând relația

$$I = I_x \cos^2 \alpha + I_y \cos^2 \beta + I_z \cos^2 \gamma. \quad (1)$$

Unghiurile  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$  sunt indicate în Fig. 1.9. Relația (1) poate fi verificată experimental cu ajutorul pendulului de torsiune.

Dispozitivul “Pendulul de Torsiune” este reprezentat în Fig. 1.8. Pe un suport, prevăzut cu un cronometru 1, este fixat un tub vertical 3 de care sunt, respectiv, fixate consolele 4, 5 și 6. Consolele 4 și 6 au cleme ce servesc pentru fixarea unui fir de oțel, de care se suspendează rama 7. De consola 5 este fixată o placă de oțel 8, care servește drept suport pentru fotoelementul 9, electromagnetul 10, și scara unghiulară 11. Poziția electromagnetului 10 pe placă poate fi schimbată, iar poziția lui față de fotoelement este indicată pe scara

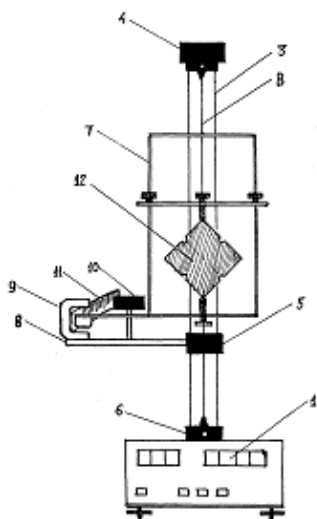


Fig. 1.8

unghiulară de acul fixat de electromagnet. Construcția ramei permite fixarea corpurilor de diferite dimensiuni. Corpul 12 se fixează cu ajutorul unei bare mobile care se poate deplasa între barele imobile. Bara se montează cu ajutorul unor piulițe pe mufe de fixare așezate pe bara mobilă. Pe panoul din fața cronometrului se află inscripțiile:

**Rețea** – apăsând pe acest buton se conectează tensiunea de alimentare. Pe indicatorul numeric apare cifra “zero” și se aprinde indicatorul fotoelementului.

**Anulare** – la apăsarea pe acest buton se anulează rezultatele măsurărilor precedente și are loc pregătirea dispozitivului pentru următoarele măsurări.

**Start** – conectarea electromagnetului și generarea semnalului de terminare a procesului de numărare.

Corpul, pentru care se determină momentul de inerție,

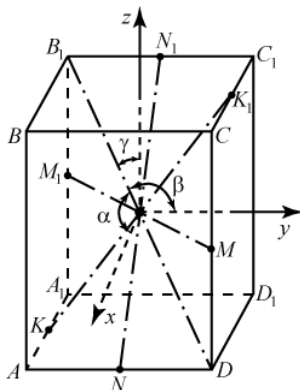


Fig.1.9

reprezintă un paralelipiped metalic 12 (Fig. 1.9). Fixăm originea în centrul de inerție al paralelipipedului și orientăm axele de coordonate de-a lungul axelor de simetrie. Orientăm axa  $Ox$  pe suprafața cea mai mare a paralelipipedului, axa  $Oy$  – normal pe suprafața mijlocie, iar  $Oz$  – normal pe suprafața cea mai mică. La mijlocul fiecărei suprafețe sunt confecționate niște adâncituri mici pentru fixarea corpului la rotirea lui în jurul axelor  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ . De asemenea, sunt

confecționate adâncituri în locurile ce permit fixarea corpului la rotirea lui în jurul axelor  $MM_1$ ,  $NN_1$ ,  $KK_1$  și  $B_1D$ .

Rotăția ramei 7, fixată de firul metalic  $B$  (Fig. 1.8), este descrisă de ecuația fundamentală a dinamicii mișcării de rotație

$$M = I_0 \varepsilon, \quad (2)$$

unde  $M$  este momentul forțelor exterioare,  $I_0$  – momentul de inerție al ramei, iar  $\varepsilon$  – accelerația unghiulară. La unghiuri mici de răsucire avem

$$M = -D\varphi, \quad (3)$$

unde  $\varphi$  este unghiul de răsucire al firului metalic, iar  $D$  – modulul de răsucire dat de relația

$$D = \frac{\pi N}{2} \frac{d^4}{16L}, \quad (4)$$

unde  $N$  este modulul deplasării pentru materialul din care este confecționat firul metalic,  $L$  – lungimea firului,  $d$  – diametrul firului. Din ecuațiile (2) și (3) obținem:

$$\ddot{\varphi} + \frac{D}{I_0} \varphi = 0. \quad (5)$$

Soluția ecuației (5) este

$$\varphi = A \sin \omega t, \quad (6)$$

cu condiția că

$$\omega^2 = \frac{D}{I_0}, \quad (7)$$

unde  $\omega$  este frecvența ciclică. Din (7) rezultă că  $\omega = \sqrt{D/I_0}$ . Pentru perioada oscilațiilor ramei, împreună cu rigidul, avem expresia  $T_1 = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{I_1/D}$ . Din ultima expresie rezultă că

$$I_1 = \frac{D}{4\pi^2} T_1^2, \quad (8)$$

iar pentru rama fără rigid avem relația

$$I_0 = \frac{D}{4\pi^2} T_0^2. \quad (9)$$

Evident, că momentul de inerție al rigidului este:  $I = I_1 - I_0$ . Din relațiile (4), (8) și (9) avem:

$$I = \frac{D}{4\pi^2} (T_1^2 - T_0^2) = \frac{N}{8\pi} \frac{d^4}{16L} (T_1^2 - T_0^2), \quad (10)$$

unde  $N$  este o mărime tabelară, iar  $L$  și  $d$  se măsoară. Firul metalic este luat din oțel.

## 2. Prelucrarea datelor experimentale

- 2.1. Se schițează un tabel pentru introducerea rezultatelor măsurărilor în conformitate cu relațiile (10) și (1).
- 2.2. Se măsoară lungimea și diametrul firului din oțel de care este suspendată rama.
- 2.3. Se determină perioada oscilațiilor  $T_0$  pentru rama fără greutate și perioadele  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$  și  $T_a$  pentru rama împreună cu rigidul. Utilizând formula (10) se calculează momentele de inerție principale ale rigidului  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  și momentul de inerție  $I$  în raport cu o axă arbitrară.
- 2.4. Se verifică ecuația (1). Pentru determinarea pătratelor cosinusurilor directe se măsoară laturile paralelipipedului de-a lungul axelor  $Ox$  ( $a$ ),  $Oy$  ( $b$ ),  $Oz$  ( $c$ ). De exemplu, pentru diagonala  $B_1D$  obținem:

$$\cos^2 \alpha = \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad \cos^2 \beta = \frac{b^2}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad (11)$$
$$\cos^2 \gamma = \frac{c^2}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

- 2.5. Se determină erorile și se analizează rezultatele obținute.

## 3. Modul de lucru

- 3.1. Cu ajutorul piuliței se fixează electromagnetul într-o anumită poziție pe placă.
- 3.2. Pe ramă se fixează rigidul ce se studiază.
- 3.3. Fixăm rama cu ajutorul electromagnetului. Se apasă pe butonul “Anulare” apoi pe “Start”. După ce se măsoară  $n-1$  oscilații complete, se apasă din nou “Stop”. Folosind formula  $T = t/n$ ,

unde  $t$  este durata oscilațiilor, iar  $n$  – numărul oscilațiilor complete, se determină perioada oscilațiilor pendulului de torsiune.

**3.4.** Măsurările se repetă pentru diferite axe și, respectiv, corpuri diferite.

### **Întrebări de control**

1. Ce numim solid rigid?
2. Ce numim moment al forței în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă?
3. Ce numim moment de inerție al unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă?
4. Ce numim moment al impulsului unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă această mărime?
5. Formulați teorema lui Steiner și explicați limita ei de aplicare.
6. Formulați legea conservării momentului impulsului și condiția de aplicare.
7. Obțineți formula de lucru (10).
8. De ce este condiționat momentul de rotație, ce acționează asupra corpului în timpul oscilațiilor de torsiune?
9. Care sunt momentele principale de inerție ale solidului?
10. Cum se poate verifica expresia (1) cu ajutorul pendulului de torsiune.

## Lucrarea de laborator Nr. 3(a)

### Determinarea momentului de inerție al rigidului și verificarea teoremei lui Steiner utilizând metoda oscilațiilor torsionale

**Scopul lucrării:** studierea legilor mișcării de rotație, determinarea momentului de inerție al unui rigid și verificarea teoremei Steiner.

**Aparate și accesorii:** consolă, fir metalic, solidul ce se studiază, două cilindre, șubler, cronometru, riglă, balanță tehnică.

**Teoria:** de studiat § 1.1 – 1.4 și § 4.1 – 4.3 din [2].

### 1. Montajul experimental

Montajul experimental este alcătuit dintr-un fir elastic metalic  $B$  (Fig. 1.10) capătul superior al căruia este fixat în punctul  $O'$  al consolei, iar cel inferior trece prin centrul de greutate al rigidului – punctul  $O$ . Pe corpul solid, simetric față de firul  $B$  la distanțele  $a$  și  $a'$ , se află știfturile 1, 1' și 2, 2'. Momentul de inerție al solidului poate fi modificat, fixând pe știfturile 1, 1' și 2, 2' anumite cilindre de masă  $m$ .

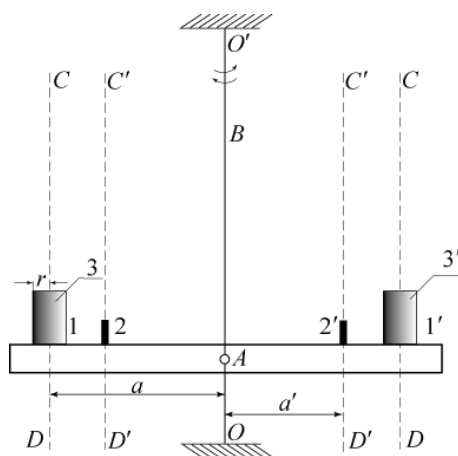


Fig. 1.10

La rotirea corpului  $A$  în raport cu firul  $B$  cu unghiul  $d\varphi$ , firul se deformează elastic și respectiv acumulează o rezervă de energie potențială. Când corpul este eliberat, începe procesul de trecere a energiei potențiale în energie cinetică și *viceversa*. Deci pendulul

va efectua oscilații torsionale. În procesul acestor oscilații asupra corpului acționează un moment de rotație ce tinde să readucă corpul la poziția de echilibru. Acest moment este condiționat de forțe elastice ce apar la răsucirea firului. La unghiuri mici oscilațiile torsionale pot fi considerate armonice și conform legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație  $M = I\varepsilon$ , unde  $M = -k\varphi$ , obținem:

$$\ddot{\varphi} + \frac{k}{I}\varphi = 0,$$

Coeficientul  $k$  este o constantă pentru materialul din care este confecționat firul  $B$ , numit *modulul de răsucire*, iar  $\sqrt{k/I} = \omega_0$  este frecvența oscilațiilor proprii, de unde rezultă că perioada oscilațiilor torsionale proprii este

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}, \quad (1)$$

unde  $I$  este momentul de inerție al corpului  $A$  față de axa  $OO'$ .

Momentul de inerție al corpurilor de o formă geometrică regulată poate fi calculat analitic. În cazul corpurilor de forme neregulate, determinarea analitică a momentelor de inerție este dificilă. O alternativă este determinarea momentului de inerție pe cale experimentală. În această lucrare momentul de inerție se va determina în felul următor: din formula (1), rezultă că

$$I = \frac{k}{4\pi^2}T^2. \quad (2)$$

Pentru a exclude mărimea  $k$ , ce nu poate fi determinată direct pe cale experimentală, se va proceda astfel: se instalează pe știfturile 1, 1', simetric față de firul  $B$ , corpuri de masă  $m$  fiecare. Perioada oscilațiilor de torsiune libere ale sistemului este  $T_1 = 2\pi\sqrt{(I + I_a)/k}$  de unde avem:

$$k = \frac{4\pi^2}{T_1^2}(I + I_a). \quad (3)$$

Substituind (3) în (2) vom obține următoarea expresie pentru momentul de inerție

$$I = \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} I_a, \quad (4)$$

unde  $T_1$  și  $T$  sunt, respectiv, perioadele oscilațiilor torsionale cu și fără greutatea suplimentare.  $I_a$  este momentul de inerție al unei greutăți suplimentare (cilindru) ce se determină cu ajutorul teoremei Steiner

$$I_a = 2 \left( \frac{mr^2}{2} + ma^2 \right), \quad (5)$$

unde  $m$  este masa unui cilindru,  $r$  – raza cilindrului,  $a$  – distanța dintre axele  $CD$  și  $OO'$ . Expresia  $mr^2/2$  reprezintă momentul de inerție al unuia din cilindri față de axa de simetrie  $CD$ . Din relațiile (4) și (5) obținem momentul de inerție al corpului  $A$

$$I = m(r^2 + 2a^2) \frac{T^2}{T_1^2 - T^2}. \quad (6)$$

Pentru verificarea teoremei Steiner, se determină perioadele oscilațiilor  $T_1$  și  $T_2$  ale pendulului cu greutatea suplimentare fixate, respectiv, la distanțele  $a$  și  $a'$  de la axa  $OO'$ . Conform formulei (1), avem

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_a}{k}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_{a'}}{k}},$$

sau

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{I + I_a}{k}, \quad T_2^2 = 4\pi^2 \frac{I + I_{a'}}{k}.$$

Luând raportul acestor egalități, obținem:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{I + I_a}{I + I_{a'}}, \quad (7)$$



unde  $I_a = 2\left(mr^2/2 + ma^2\right)$ ,  $I_{a'} = 2\left(mr^2/2 + ma'^2\right)$ . În relația (7), toate mărimile se determină pe cale experimentală:  $I$  se determină din (6), iar  $I_a$ ,  $I_{a'}$  – din (5).

## 2. Modul de lucru. Prelucrarea datelor experimentale

- 2.1. Corpului  $A$  i se imprimă o stare de mișcare oscilatorie în jurul axei  $OO'$ . Cu ajutorul cronometrului se măsoară timpul a 20 – 50 oscilații. Se determină perioada oscilațiilor  $T = t/n$ . Experimentul se repetă de cel puțin cinci ori.
- 2.2. Cu ajutorul balanței se determină masa fiecărei greutatei suplimentare și se verifică egalitatea maselor ( $m_1 = m_2 = m$ ).
- 2.3. Greutățile suplimentare se fixează la aceeași distanță  $a$  de la axa  $OO'$  și se determină din nou perioada oscilațiilor (de cel puțin 5 ori)  $T_1 = t_1/n$ .
- 2.4. Cilindrele se fixează la altă distanță  $a'$  de la axa de rotație  $OO'$  și se determină perioada oscilațiilor  $T_2 = t_2/n$ .
- 2.5. Cu ajutorul șublerului se măsoară diametrele cilindrilor, se calculează razele lor și se măsoară distanțele  $a$  și  $a'$  între axele  $OO'$  și  $CD$  și, respectiv, între  $OO'$  și  $C'D'$ . Măsurările se efectuează de cel puțin 5 ori.
- 2.6. Substituind în formula (6) valorile medii ale mărimilor  $m$ ,  $a$ ,  $r$ ,  $T_1$ ,  $T$  se calculează momentul de inerție al corpului  $A$  față de axa  $OO'$ .
- 2.7. Substituind valorile medii  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $I_a$ ,  $I_{a'}$ ,  $I$  se verifică valabilitatea ecuației (7).
- 2.8. Se calculează erorile pentru  $I$  și se prezintă rezultatul final.

### Întrebări de control

1. Ce numim solid rigid?

2. Ce numim moment al forței în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă?
3. Ce numim moment de inerție al unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă?
4. Ce numim moment al impulsului unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă ?
5. Formulați teorema lui Steiner.
6. Formulați legea conservării momentului impulsului.
7. Deduceți formulele de lucru (6), (7).
8. De ce este condiționat momentul de rotație, care acționează asupra corpului în procesul oscilațiilor torsionale ?
9. Vor fi oare aceleași momentele de inerție  $I$ , obținute cu ajutorul formulei (6) pentru două poziții diferite ale greutăților suplimentare? Argumentați răspunsul.
10. Cum se poate verifica valabilitatea teoremei Steiner prin metoda oscilațiilor torsionale?

### **Lucrarea de laborator Nr. 4**

#### **Determinarea vitezei de zbor a glontelui cu ajutorul pendulului balistic de torsiune**

**Scopul lucrării:** determinarea vitezei de zbor a glontelui cu ajutorul pendulului balistic.

**Aparate și accesorii:** pendul balistic de torsiune, instalație pentru determinarea perioadei oscilațiilor.

**Teoria:** de studiat § 1.1 – 1.4 și § 4.1 – 4.3 din [2].

#### **1. Montajul experimental**

Pendulul de torsiune (*Fig. 1.11*), utilizat în această lucrare, reprezintă o bară orizontală 1, fixată rigid de un fir metalic elastic

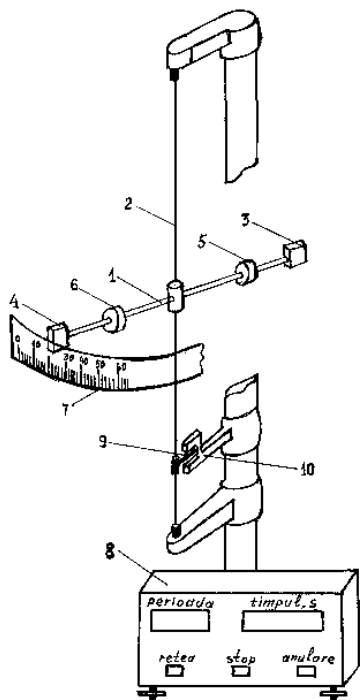


Fig. 1.11

de suspensie 2. Firul se fixează între două console. La rotirea barei orizontale, firul de suspensie se răsucesce provocând un moment al forțelor elastice, care condiționează apariția oscilațiilor torsionale. La unul din capetele barei se află ținta 3, iar la celălalt - contragreutatea 4, masa căreia este egală cu masa ținteii. Pe bară se mai găsesc greutățile 5 și 6 de aceeași masă, care pot fi deplasate ușor de-a lungul barei, variind astfel momentul de inerție al pendulului. Unghiul de rotire al barei se măsoară, folosind scara 7. Instalația este prevăzută cu un dispozitiv de tragere prin intermediul unui resort. Glonțele reprezintă un inel metalic mic.

Ciocnirea dintre inel și țintă, acoperită cu un strat de plastilină, este considerată total neelastică. Numărul  $N$  al oscilațiilor complete și intervalul de timp  $t$  este indicat de cronometrul electronic. Tija 9, montată pe firul de suspensie, intersectează raza de lumină ce cade pe elementul fotoelectric 10, care înregistrează numărul oscilațiilor. Înregistrarea timpului se efectuează pentru un număr întreg de oscilații. Masa glontelui o vom nota cu  $m$ , viteza cu  $v$ , iar distanța dintre axa pendulului și punctul de pe țintă, unde a nimerit glonțele – cu  $l$ . Momentul impulsului glontelui față de axa pendulului este  $mv l$ . După ciocnire pendulul împreună cu glonțele deviază de la poziția de echilibru, obținând viteza unghiulară  $\omega_1$ . Momentul impulsului pendulului și al inelului în raport cu aceeași axă va fi

$(I_1 + ml^2)\omega_1$ , unde  $I_1$  este momentul de inerție al pendulului în raport cu axa de rotație,  $ml^2$  – momentul de inerție al glontelui în raport cu aceeași axă.

În conformitate cu legea conservării momentului impulsului, avem relația

$$mvl = (I_1 + ml^2)\omega_1.$$

Deoarece  $I_1 \gg ml^2$ , mărimea  $ml^2$  poate fi neglijată și, deci,

$$mvl = I_1\omega_1. \quad (1)$$

La momentul ciocnirii glontelui de țintă o parte din energia cinetică a glontelui se transformă în energia interioară a plastilinei, iar restul – în energia cinetică de rotație a sistemului “pendul + glonte” :  $W_{cr} = (I_1 + ml^2)\omega_1^2/2$ . Firul de suspensie se va răsuci cu unghiul  $\varphi_1$  și, respectiv, pendulul capătă energia potențială  $W_p = D\varphi_1^2/2$ , unde  $D$  este modulul de răsucire și caracterizează elasticitatea firului de suspensie. Conform legii conservării energiei mecanice  $W_{cr} = W_p$ , adică  $(I_1 + ml^2)\omega_1^2/2 = D\varphi_1^2/2$ , de unde, luând în considerație că  $I_1 \gg ml^2$ , obținem:

$$I_1\omega_1^2 = D\varphi_1^2. \quad (2)$$

Din formulele (1) și (2) obținem:

$$v = \frac{\varphi_1}{ml} \sqrt{I_1 D}. \quad (3)$$

Eliminăm  $I_1$  și  $D$  din (3) folosind formula pentru perioada oscilațiilor de torsiune  $T = 2\pi\sqrt{I/D}$ . Perioadele oscilațiilor pentru cele două poziții ale greutăților 5 și 6 pe bară se exprimă în felul următor

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{D}} \quad (4)$$

și

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{D}}. \quad (5)$$

Din formula (4) exprimăm  $\sqrt{D} = \frac{2\pi}{T_1}\sqrt{I_1}$  și substituind această expresie în (3), obținem

$$v = \frac{2\pi\varphi_1 I_1}{m l T_1}. \quad (6)$$

Acum vom determina  $I_1$ . Din relațiile (4) și (5) avem

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} = \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_1^2},$$

de unde

$$I_1 = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \Delta I. \quad (7)$$

Pentru determinarea diferenței  $\Delta I = I_2 - I_1$  vom aplica teorema Steiner pentru momentul de inerție al pendulului în cele două poziții 5 și 6:

$$I_1 = I + 2(MR_1^2 + I_0), \quad (8)$$

$$I_2 = I + 2(MR_2^2 + I_0), \quad (9)$$

unde  $M$  este masa una din greutateți,  $I$  – momentul de inerție al pendulului fără greutateți în raport cu axa de rotație,  $I_0$  – momentul de inerție al greutateții  $M$  în raport cu axa ce trece prin centrul de masă al greutateții, paralel cu axa de rotație a pendulului,  $R_1$  și  $R_2$  – distanțele dintre aceste axe. Din formulele (8) și (9) obținem:

$$\Delta I = 2M(R_2^2 - R_1^2).$$

Substituind  $\Delta I$  în (7), iar rezultatul obținut – în (6), obținem definitiv

$$v = \frac{4\pi M \varphi_1 T_1}{ml} \left( \frac{R_2^2 - R_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \right). \quad (10)$$

Toate mărimile din (10) se determină experimental. Perioada oscilațiilor pendulului  $T$  se determină măsurând timpul  $t_i$  pentru  $N_i$  oscilații.

$$T_i = \frac{t_i}{N_i}. \quad (11)$$

Utilizând (11), relația (10) poate fi reprezentată sub forma:

$$v = \frac{4\pi M \varphi_1 t_1}{mlN_1} \left( \frac{R_2^2 - R_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \right). \quad (12)$$

Pentru o altă poziție a greutăților, respectiv – alt moment de inerție –  $I_2$  vom obține următoarea formulă de calcul:

$$v = \frac{4\pi M \varphi_2 t_2}{mlN_2} \left( \frac{R_2^2 - R_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \right), \quad (12')$$

unde  $\varphi_2$  este unghiul de rotire al pendulului în acest caz, iar  $t_2$  – timpul a  $N_2$  oscilații.

Astfel, pentru determinarea vitezei glontelui putem utiliza ambele relații. Evident, valoarea vitezei în ambele cazuri va fi aceeași.

## 2. Modul de lucru

În această lucrare unghiurile de rotație  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$ , corespunzătoare celor două poziții  $R_1$  și  $R_2$  ale greutăților, se determină cu o precizie foarte mică. De aceea, măsurările se repetă de cel puțin cinci ori cu fiecare glonte și se determină valorile medii  $\langle \varphi_1 \rangle$ ,  $\langle \varphi_2 \rangle$ ,  $\langle t_1 \rangle$  și  $\langle t_2 \rangle$ . Înlocuind aceste valori în (12), se determină valoarea medie a vitezei. Rezultatul final se prezintă sub forma  $v = \langle v \rangle \pm \langle \Delta v \rangle$ .

## Întrebări de control

1. Ce numim moment de inerție al unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă ?
2. Ce numim moment al impulsului unui punct material și al unui sistem de puncte materiale în raport cu un punct și în raport cu o axă de rotație? În ce unități se exprimă?
3. Formulați teorema lui Steiner.
4. Formulați legea conservării momentului impulsului.
5. Deduceți formula de lucru (10).
6. Aplicați legea conservării momentului impulsului în cazul unei ținte mobile. Cum se modifică rezultatul final?
7. Descrieți instalația pendulului.
8. Se va modifica oare rezultatul, dacă glonte va nimeri în țintă sub un unghi oarecare față de normala la suprafața ei?

## 2. FIZICĂ MOLECULARĂ. TERMODINAMICĂ

### 2.1 Fenomene de transport

Un sistem compus dintr-un număr considerabil de molecule se numește *omogen* dacă proprietățile lui fizice precum și compoziția lui este aceeași în tot volumul ocupat de sistem. Dacă aceste condiții nu sunt valabile pentru o oarecare mărime fizică atunci sistemul este *neomogen* în raport cu această mărime. Într-un astfel de sistem (neomogen), în afară de agitația termică a moleculelor mai există o mișcare ordonată datorită căreia are loc un transport al mărimii fizice față de care sistemul este neomogen (transport de substanță, energie, impuls, sarcină electrică etc). Aceste procese ireversibile care caracterizează evoluția sistemului spre starea de echilibru se numesc *fenomene de transport*.

#### 2.1.1 Difuzia

Dacă într-o cameră închisă se deschide un recipient umplut cu parfum, peste un timp oarecare mirosul se va simți în toată camera. Acest lucru se întâmplă datorită fenomenului de difuzie. Difuzia, deci, reprezintă un proces de egalare a concentrației moleculelor unui sistem în toate punctele volumului ocupat de el.

Prin definiție, densitatea  $J_n$  a fluxului de molecule se numește numărul de molecule care traversează într-o unitate de timp o unitate de suprafață situată perpendicular direcției de difuzie:

$$J_n = \frac{\Delta N}{\Delta S_{\perp} \Delta t}. \quad (2.1)$$

Experimental s-a constatat că

$$J_n = -D \frac{\Delta n}{\Delta x}. \quad (2.2)$$



Relația (2.2) reprezintă expresia matematică a legii lui Fick, unde  $D$  este *coeficientul de difuzie*, iar  $\frac{\Delta n}{\Delta x}$  este proiecția gradientului concentrației moleculelor pe axa  $Ox$ . Semnul minus indică faptul că fluxul de molecule este orientat în sensul micșorării concentrației lor.

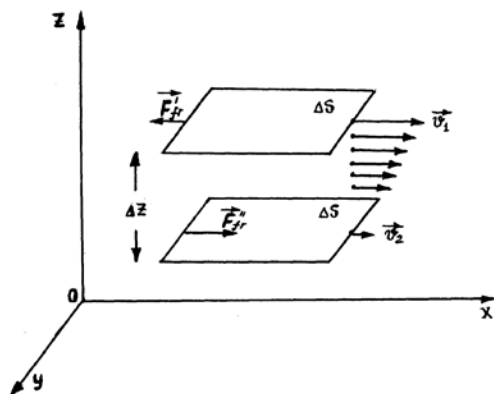
Substituind (2.1) în (2.2) și înmulțind cu masa  $m_0$  a unei molecule obținem:

$$\Delta m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S_{\perp} \Delta t. \quad (2.3)$$

Relația (2.3) determină cantitatea de substanță transportată în intervalul de timp  $\Delta t$  prin suprafața  $\Delta S_{\perp}$  situată perpendicular pe direcția în care are loc difuzia.

### 2.1.2 Viscositatea

Curgerea fluidelor reprezintă un proces de deplasare reciprocă a straturilor de molecule (*Fig. 2.1*). Între straturile vecine ale fluidului în mișcare se exercită forțe de frecare tangențiale. Datorită acestor forțe straturile vecine se opun alunecării reciproce. Această



*Fig. 2.1*

proprietate a fluidului se numește *viscozitate*.

Astfel conchidem că într-un fluid se manifestă fenomenul de viscozitate dacă în acesta, în afară de mișcarea termică a moleculelor, mai există o mișcare ordonată a fluidului, de exemplu, un flux de molecule de gaz sau de apă în direcția  $Ox$  într-o țeavă orizontală

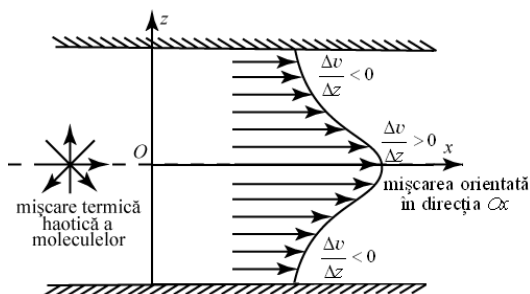


Fig. 2.2

(Fig. 2.2). În acest caz în vecinătatea pereților țevii viteza straturilor este aproape nulă, iar în regiunea centrală este maximă. Astfel apare un gradient de viteză a mișcării orientate a straturilor  $\frac{\Delta v}{\Delta z}$ , care produce în

direcția  $Oz$  perpendiculară pereților țevii o creștere a impulsului moleculelor în regiunea centrală a țevii ( $\frac{\Delta v}{\Delta z} > 0$ , straturile respective se accelerează) și o micșorare a acestuia în vecinătatea pereților țevii ( $\frac{\Delta v}{\Delta z} < 0$ , straturile respective se frânează). Prin urmare, proiecția gradientului de viteză pe axa  $Ox$  condiționează un transport de impuls de la un strat de fluid la altul, iar viscozitatea fluidului este rezultatul acestui transport.

Experimental s-a constatat că variația impulsului moleculelor într-o unitate de timp printr-o unitate de suprafață perpendiculară vectorului  $v$  (densitatea fluxului de impuls) este determinată de relația

$$J_p = \frac{\Delta p}{\Delta S_{\perp} \Delta t} = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta z}. \quad (2.4)$$

Relația (2.4) reprezintă expresia matematică a legii lui Newton pentru viscozitate. Observăm că (2.4) este similară legii lui Fick (2.2). Constanta  $\eta$  se numește *coeficient de viscozitate dinamică*. Semnul minus arată că transportul impulsului are loc în direcția micșorării vitezei moleculelor. Pe de altă parte, pentru densitatea fluxului de impuls, putem scrie

$$J_p = \frac{\Delta p}{\Delta t} \cdot \frac{1}{\Delta S_{\perp}} = F_{fr} \cdot \frac{1}{\Delta S_{\perp}}, \quad (2.5)$$

unde  $F_{fr}$  este forța tangențială de frecare internă care se exercită între straturile vecine ale fluidului în mișcare. Comparând (2.4) cu (2.5) obținem

$$F_{fr} = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta z} \right| \Delta S_{\perp}. \quad (2.6)$$

Din (2.6) rezultă:

$$\eta = \frac{F_{fr}}{\left| \Delta v / \Delta z \right| \Delta S_{\perp}}. \quad (2.7)$$

Deci,

**coeficientul de viscozitate dinamică este numeric egal cu forța de frecare internă, care apare pe o unitate a suprafeței de separație a straturilor de fluid în mișcarea unuia față de altul la un gradient al vitezei egal cu unitatea.**

În SI unitatea de măsură a coeficientului de viscozitate este:  $[\eta] = \text{N} \cdot \text{s} / \text{m}^2 = \text{Pa} \cdot \text{s} = \text{m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ . Coeficientul de viscozitate, după cum s-a demonstrat experimental, variază de la o substanță la alta în limite mari și depinde de temperatură. Cu creșterea temperaturii viscozitatea, de regulă, se micșorează.

Mărimea inversă coeficientului de viscozitate dinamică se numește *fluiditate*. Pe lângă coeficientul de viscozitate dinamică se mai folosește și coeficientul de viscozitate cinematică  $\nu = \eta / \rho$ , unde  $\rho$  este densitatea fluidului. În SI  $[\nu] = \text{m}^2 / \text{s}$ . În teoria cinetico-moleculară a fenomenelor de transport se demonstrează că coeficienții de difuziune și de viscozitate dinamică sunt determinați de relațiile  $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$  și  $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ , corespunzător, unde  $\langle v \rangle$  este viteza medie a moleculelor, iar  $\langle \lambda \rangle$  – parcursul liber mediu al lor. Comparând expresiile pentru coeficienții  $D$  și  $\eta$  obținem

$D = \eta / \rho$ . Coeficientul de viscozitate cinematică poate fi interpretat ca coeficient de difuzie al vitezei.

Coeficientul de viscozitate dinamică poate fi determinat prin mai multe metode.

### 2.1.2(a) Determinarea coeficientului de viscozitate dinamică prin metoda lui Poiseuille

Pornind de la expresia (2.6), savantul francez Poiseuille a calculat volumul  $V$  al unui lichid vâcos incompresibil, ce curge în timpul  $t$  printr-un tub cilindric cu secțiune constantă. Acest calcul poate fi aplicat numai la curgerea laminară a lichidului.

**Curgere laminară se numește curgerea lichidului, când diferite straturi ale acestuia se deplasează unul față de altul paralel și cu viteză constantă în timp, dar diferită în diferite puncte ale lichidului.**

În cazul curgerii laminare lichidul parcă se împarte în straturi, care alunecă unul față de altul fără a se amesteca.

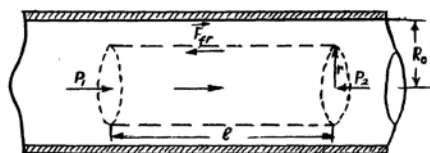


Fig. 2.3

La mișcarea lichidului printr-un tub cilindric viteza sa este nulă lângă pereții tubului și maximă pe axa lui. Evidențiem imaginar în lichid un volum cilindric de rază  $r$  și lungime  $l$  (Fig. 2.3). Asupra bazelor acestui cilindru acționează forțe de presiune a căror rezultantă este egală cu

$$F_p = (p_1 - p_2) \pi r^2. \quad (2.8)$$

Forța (2.8) acționează în direcția mișcării lichidului. În afară de forța (2.8) asupra suprafeței laterale a cilindrului mai acționează și forța de frecare interioară egală cu

$$F_i = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l, \quad (2.9)$$

unde  $2\pi r l$  este aria suprafeței laterale a cilindrului evidențiat. Semnul minus arată că viteza lichidului se micșorează la mărirea lui  $r$ , adică la apropierea de pereții tubului. La curgerea laminară printr-un tub cu secțiunea constantă, viteza tuturor particulelor rămâne constantă, deci și suma forțelor exterioare aplicate unui volum de lichid este nulă. Așadar, putem scrie

$$-\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r l = (p_1 - p_2) \pi r^2,$$

de unde

$$dv = -\frac{(p_1 - p_2)}{2\eta l} r dr$$

Integrând ultima expresie, vom obține

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \int r dr = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r^2 + C. \quad (2.10)$$

Constanta de integrare  $C$  se alege astfel, încât viteza lichidului să devină nulă la pereții tubului, adică pentru  $r = R$  ( $R$  este raza tubului), avem  $v = 0$ . Din această condiție rezultă

$$C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2.$$

Substituind valoarea obținută pentru  $C$  în (2.10) obținem:

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (2.11)$$

Valoarea vitezei pe axa tubului (când  $r = 0$ ) este

$$v_0 = v(0) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2. \quad (2.12)$$

Luând în considerare (2.12), formula (2.11) poate fi reprezentată sub forma

$$v(r) = v_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (2.13)$$

Se constată, că la curgerea laminară a lichidului viteza lui variază în funcție de distanța până la axa tubului după legea parabolică (Fig. 2.2).

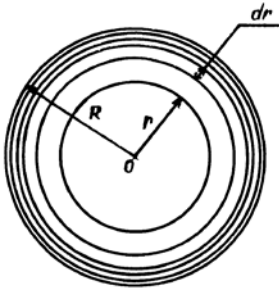


Fig. 2.4

Vom determina volumul lichidului  $V$  ce curge prin secțiunea transversală a tubului în timpul  $t$ . Din stratul cilindric de rază  $r$  și grosime  $dr$  (Fig. 2.4) în timpul  $t$  se va scurge volumul  $dV = vt \cdot 2\pi r dr$ , unde  $v$  este viteza lichidului în stratul dat;  $2\pi r dr$  – aria bazei stratului cilindric. Substituind (2.11) în expresia pentru volum obținem

$$dV = \frac{\pi t(p_1 - p_2)}{2l\eta} (R^2 r - r^3) dr.$$

Integrând această expresie de la 0 la  $R$ , vom obține volumul lichidului ce se va scurge în timpul  $t$  prin toată secțiunea transversală a tubului

$$V = \frac{\pi t(p_1 - p_2)}{2\eta l} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr = \frac{\pi t(p_1 - p_2)}{2\eta l} \left( \frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right),$$

de unde

$$V = \frac{(p_1 - p_2)\pi R^4 t}{8\eta l}. \quad (2.14)$$

Expresia (2.14) reprezintă formula lui Poiseuille.

### 2.1.2(b) Determinarea coeficientului de viscozitate dinamică prin metoda lui Ostwald

Una din primele metode de determinare a coeficientului de frecare interioară a lichidului a fost propusă de către Ostwald, avînd la baza ei formula lui Poiseuille (2.14), ce poate fi aplicată numai la curgerea laminară a lichidului. La mărirea vitezei fluxului de lichid până la o mărime anumită (de exemplu, mărind diferența de presiuni), mișcarea laminară nu se mai realizează și în lichid

apar vârtejuri ce duc la curgerea *turbulentă*, pentru care formula lui Poiseuille nu mai este valabilă.

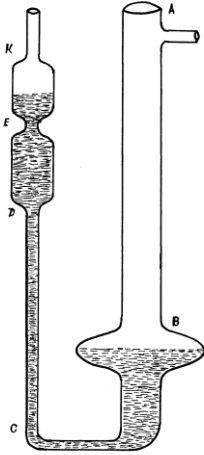


Fig.2.5

Determinarea directă a coeficientului de viscozitate  $\eta$  este dificilă. Conform ideii lui Ostwald, se pot compara timpurile de scurgere a două lichide de volume egale, coeficientul de frecare interioară al unuia din fluide fiind cunoscut (*lichidul etalon*). În acest scop se folosește aparatul lui Ostwald (Fig.2.5). Acesta reprezintă un tub de sticlă sub forma literei U. O ramură a tubului are secțiuni lărgite *DE* și *EK*, și capilarul *CD*. Cealaltă ramură reprezintă un tub mai larg cu rezervorul *B*. Semnele *D* și *E*

determină volumul de lichid ce se scurge prin capilar.

Fie  $t_1$  timpul de scurgere a lichidului cercetat în volumul delimitat de regiunea *DE* (Fig.2.5);  $t_2$  – timpul de scurgere a lichidului etalon de același volum. Utilizând formula Poiseuille (2.14), obținem relațiile:

$$V = \frac{\Delta p_1 t_1}{\eta_1} \frac{\pi R^4}{8l} \quad (2.15)$$

și

$$V = \frac{\Delta p_2 t_2}{\eta_2} \frac{\pi R^4}{8l}. \quad (2.16)$$

Egalând părțile drepte ale acestor expresii, obținem formula pentru determinarea coeficientului de frecare interioară al lichidului cercetat

$$\eta_1 = \frac{\Delta p_1 \cdot t_1}{\Delta p_2 \cdot t_2} \eta_2, \quad (2.17)$$

unde  $\eta_2$  este coeficientul de viscozitate a lichidului etalon. Deoarece în tubul vertical  $CD$  lichidul se scurge numai sub acțiunea forței de greutate, rezultă că  $\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ , unde  $\rho_1$  și  $\rho_2$  sunt densitățile lichidelor. Substituind în formula (2.17)  $\Delta p_1/\Delta p_2$  obținem formula de calcul pentru determinarea coeficientului de viscozitate a lichidului cercetat

$$\eta_1 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{t_1}{t_2} \eta_2, \quad (2.18)$$

unde  $\eta_2$ ,  $\rho_2$  și  $\rho_1$  sunt date, iar  $t_1$  și  $t_2$  se măsoară.

### 2.1.3 Conductibilitatea termică. Legea lui Fourier

Dacă sistemul este neomogen în raport cu temperatura, atunci apare un flux de energie termică în direcția micșorării temperaturii. Astfel, transportul de căldură sau conductibilitatea termică reprezintă un transport de energie condiționat de diferența de temperaturi  $\Delta T$ . În gaze și, mai slab, în lichide conductibilitatea termică este condiționată de ciocnirile dintre moleculele rapide și cele lente. În solidele moleculare și amorse transportul de energie se face “din aproape în aproape” prin intermediul moleculelor. În solidele ionice și atomice conductibilitatea termică reprezintă transportul de energie vibrațională a ionilor și atomilor care oscilează în jurul poziției de echilibru. Propagarea acestor oscilații în interiorul solidului reprezintă nu altceva decât *unde elastice* (*termice*). Mecanismul formării acestor unde este analog mecanismului apariției undelor sonore, de aceea undele termice mai sunt numite unde acustice.

La fel ca și energia undelor electromagnetice, energia undelor termice se cuantifică. După cum o cuantă de energie a luminii se numește *foton*, cuanta de energie termică se numește *fonon*. Energia fononului  $\varepsilon$  se exprimă prin produsul dintre



constanta lui Planck  $h$  și frecvența  $\nu$ :  $\varepsilon = h\nu$ . Fononii reprezintă niște cuasiparticule. Deosebirea esențială dintre cuasiparticule și particulele obișnuite (electroni, protoni, neutroni, fotoni) constă în aceea, că cuasiparticulele nu pot exista în vid: fononii au nevoie de un mediu material.

Răspândindu-se în cristal, în procesul de interacțiune reciprocă sau de interacțiune cu defectele rețelei, fononii suferă dispersie. În dielectrici purtătorii principali de căldură sunt fononii.

În metale, la transportul de căldură participă atât nodurile rețelei cristaline, cât și așa-numiții electroni “colectivizați”, care concomitent mai sunt și purtători de sarcină electrică, asigurând astfel și o conductibilitate electrică a metalelor.

În metalele pure, purtătorii principali de căldură sunt electroni de valență, fononii avînd în acest caz o pondere foarte mică. La temperaturi destul de înalte conductibilitatea termică a rețelei constituie circa  $(1 \div 2)\%$  din conductibilitatea termică a metalelor pure.

Densitatea fluxului de energie termică  $J_E$  (cantitatea de energie termică transportată într-o unitate de timp printr-o unitate de suprafață situată perpendicular pe direcția micșorării temperaturii) este

$$J_E = -K \frac{\Delta T}{\Delta x}, \quad (2.19)$$

unde  $K$  este coeficientul de conductibilitate termică, iar  $\frac{\Delta T}{\Delta x}$  este proiecția gradientului de temperatură pe axa  $Ox$ . Relația (2.19) este cunoscută ca legea lui Fourier. Observăm că (2.19) este analogică legii lui Fick pentru procesul de difuzie. Semnul minus indică faptul că transportul de energie termică are loc în sensul micșorării temperaturii. Pe de altă parte, conform definiției, densitatea fluxului de energie termică se determină cu energia transportată sub formă de căldură într-o unitate de timp, printr-o unitate de suprafață plasată perpendicular pe direcția de transport

$$J_E = \frac{\Delta E}{\Delta S_{\perp} \Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta S_{\perp} \Delta t}. \quad (2.20)$$

Comparând ultimele două relații obținem:

$$\Delta Q = -K \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S_{\perp} \Delta t, \quad (2.21)$$

de unde

$$K = \frac{\Delta Q}{\left| \frac{\Delta T}{\Delta x} \right| \Delta S_{\perp} \Delta t} = \frac{J_E}{\left| \frac{\Delta T}{\Delta x} \right|}. \quad (2.22)$$

Așadar, coeficientul de conductibilitate termică este egal numeric cu densitatea fluxului de energie termică la un gradient al temperaturii egal cu unitatea. Semnul minus în (2.19) reflectă faptul că energia termică se transportă în sensul micșorării temperaturii.

În teoria cinetico-moleculară se demonstrează că coeficientul de conductibilitate termică se determină din relația

$$K = \frac{1}{3} \rho c_v \langle v \rangle \langle \lambda \rangle,$$

unde  $\rho$  este densitatea substanței,  $\langle v \rangle$  – viteza medie a moleculelor,  $\langle \lambda \rangle$  – este parcursul liber mediu, iar  $c_v$  – căldura specifică la volum constant. Comparând expresiile pentru coeficienții de conductibilitate termică și de difuziune, obținem

$D = \frac{K}{\rho c_v}$ . Așadar, coeficientul de conductibilitate termică  $K$  poate

fi prezentat ca un coeficient de difuzie al temperaturii.

Astfel, teoria cinetico-moleculară permite interpretarea coeficienților de transport  $D$ ,  $K$  și  $\eta$  ca fiind coeficienți de difuzie pentru substanță, temperatură și viteză, corespunzător. Cu alte cuvinte, natura fenomenelor de transport este unitară.

## Lucrarea de laborator Nr.5

### Determinarea coeficientului de frecare interioară al unui lichid cu ajutorul viscozimetrului capilar

**Scopul lucrării:** studierea fenomenului frecării interioare în lichide cu ajutorul metodei Ostwald de determinare a viscozității lichidului.

**Aparate și accesorii:** instalația Ostwald, cronometru, lichid etalon, lichid pentru cercetare.

**Teoria:** de studiat § 2.1, 2.1.1, 2.1.2, 2.1.2(a), 2.1.2(b) și § 10.6 – 10.10 din [2].

#### Modul de lucru

1. Înainte de a începe măsurările, instalația Ostwald se va spăla cu apă, apoi se va turna lichidul *etalon* în ramura largă, în volum constant pentru seria dată de măsurări.
2. Cu o pară de cauciuc, în ramura  $AB$  (Fig. 2.5) se pompează încet aer, până când lichidul va umple capilarul  $CD$  și spațiul  $DE$ , ridicându-se ceva mai sus de nivelul  $E$ . La pomparea aerului, capătul tubului  $A$  trebuie să fie închis.
3. Se deschide capătul tubului  $A$  și se urmărește scurgerea lichidului *etalon*. La momentul când nivelul lichidului ajunge în dreptul semnului  $E$ , cronometru se declanșează, iar la momentul trecerii lui prin dreptul semnului  $D$  – se stopează. Durata de timp fixată de cronometru va fi  $t_2$ .
4. Aceleași măsurări și în aceeași ordine se efectuează și pentru lichidul cercetat. Astfel se va măsura timpul  $t_1$ . Duratele de timp  $t_1$  și  $t_2$  se vor măsura cel puțin de trei ori.
5. Folosind valorile medii pentru  $t_1$  și  $t_2$ , cu ajutorul relației (2.18) se calculează coeficientul de viscozitate  $\eta_l$  al lichidului cercetat. Densitatea apei  $\rho_2$  la temperatura camerei se ia din tabel, iar

densitatea lichidului cercetat (*alcool etilic*) la această temperatură se calculează din relația  $\rho_1 = \rho_0 / (1 + \beta t)$ , unde  $\rho_0 = 789 \text{ kg/m}^3$  este densitatea alcoolului etilic la temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . Coeficientul dilatării în volum al lichidului la temperatura camerei este  $\beta = 11 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

6. Se calculează erorile și se prezintă rezultatul final cu concluziile respective.

### Întrebări de control

1. Ce reprezintă un fenomen de transport?
2. Scrieți expresia matematică a legii lui Fick și explicați mărimile fizice respective.
3. Ce se numește viscozitate? Care este mecanismul acesteia?
4. Ce numim densitate a fluxului de impuls al moleculelor?
5. Să se deducă formula pentru forța de frecare interioară (2.6).
6. Care este sensul fizic al coeficientului de viscozitate dinamică? În ce unități se exprimă? Depinde oare acest coeficient de temperatură?
7. Să se scrie formula lui Poiseuille și să se explice pentru ce curgere a lichidului ea este valabilă.
8. În ce constă metoda lui Ostwald de determinare a coeficientului de viscozitate al lichidului ?
9. Să se demonstreze relația (2.18).

### Lucrarea de laborator Nr.6

#### Determinarea coeficientului de frecare interioară și al parcursului liber mediu al moleculelor unui gaz

**Scopul lucrării:** studierea fenomenului frecării interioare în gaze și determinarea coeficientului de frecare interioară a aerului și a parcursului liber mediu al moleculelor.

**Aparate și accesorii:** retortă din sticlă, un vas gradat, manometru, un tub capilar, cronometru, barometru, termometru.

**Teoria:** de studiat § 2.1, 2.1.1, 2.1.2, 2.1.2(a) și § 10.6 – 10.10 din [2].

Deoarece gazele reprezintă un mediu compresibil, pentru ele formula lui Poiseuille nu poate fi aplicată. În această lucrare se poate totuși calcula coeficientul de frecare interioară, folosind această formulă, dacă la extremitățile capilarului se va menține o diferență de presiuni mică. În acest caz, eroarea admisă nu depășește un procent.

Coeficientul de frecare interioară  $\eta$  depinde de parcursul liber mediu  $\langle \lambda \rangle$  al moleculelor conform relației:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle, \quad (1)$$

unde  $\rho$  este densitatea gazului la temperatura dată, iar  $\langle v \rangle$  – viteza medie aritmetică a moleculelor. Parcursul liber mediu  $\langle \lambda \rangle$  reprezintă distanța medie parcursă de o moleculă în intervalul de timp dintre două ciocniri succesive ale ei.

Cunoaștem că

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (2)$$

și

$$\rho = \frac{MP}{RT}, \quad (3)$$

unde  $M$  este masa molară a gazului (pentru aer  $M = 29 \cdot 10^{-3}$  kg/mol),  $p$  – presiunea lui, iar  $R = 8,31$  J/(mol·K) este constanta universală a gazelor. Din relațiile (1) și (3) obținem

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi RT}{8M}}.$$

## 1. Descrierea montajului experimental

Partea principală a aparatului o constituie capilarul  $AB$ , prin care aerul din atmosferă trece în retorta  $C$  (Fig. 2.6). Aerul din atmosferă pătrunde în retortă datorită rarefierii aerului din

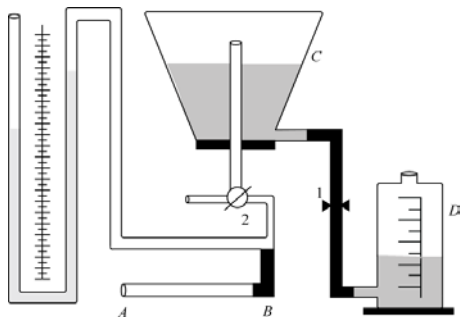


Fig. 2.6

interiorul ei, la coborârea vasului  $D$  legat cu retorta printr-un tub de cauciuc. Vasul  $D$  se pune pe masă și apa din retortă începe să se scurgă în el. Pe măsura scurgerii apei din retortă, în aceasta, prin capilar pătrunde aerul din atmosferă. Volumul aerului, care trece prin capilar în timpul  $t$ , se

determină după variația nivelului apei din vasul gradat  $D$ . Capilarul  $AB$  este legat cu un manometru cu apă. Fixatorul 1 separă retorta de vas și reglează viteza de scurgere a apei (a aerului prin capilar). Robinetul 2 are două poziții și leagă tubul interior al retortei fie cu atmosfera, fie cu capilarul.

## 2. Modul de lucru

1. Se ridică vasul  $D$  pe suport, robinetul 2 fiind deschis la poziția “*atmosfera*”. Se deschide fixatorul 1 și se umple retorta cu apă, apoi se închide fixatorul.
2. Se coboară vasul  $D$  de pe suport pe masă. Robinetul 2 se deschide la poziția “*capilar*”.
3. Se deschide lent fixatorul 1, astfel încât în manometru să se stabilească o diferență de nivele care să nu întrecă 3–4 cm și care se menține constantă în tot timpul experienței. Se măsoară timpul, în decursul căruia nivelul din vasul  $D$  se va ridica până

la o gradatie oarecare, adica timpul de scurgere a unui volum anumit de apa. Măsurările se repetă de cel puțin trei ori.

4. Diferența de presiuni se determină după diferența nivelurilor apei din manometru  $p_1 - p_2 = \rho g (h_1 - h_2)$ , unde  $\rho$  este densitatea lichidului din manometru (densitatea apei);  $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$  este accelerația gravitațională;  $(h_1 - h_2)$  – diferența nivelelor în manometru.
5. Se calculează coeficientul de frecare interioară al aerului utilizând relația (2.14) (diametrul capilarului  $d$  și lungimea  $l$  sunt date).
6. Se măsoară temperatura aerului în laborator.
7. Se măsoară presiunea atmosferică  $p$  (cu barometrul).
8. Se calculează parcursul liber mediu folosind formula (4).
9. Se estimează erorile și se prezintă rezultatul final împreună cu concluziile respective.

### Întrebări de control

1. Ce reprezintă un fenomen de transport?
2. Scrieți expresia matematică a legii lui Fick și explicați mărimile fizice respective.
3. Ce se numește viscozitate, care este mecanismul acesteia?
4. Ce numim densitate a fluxului de impuls al moleculelor?
5. Să se deducă formula pentru forța de frecare interioară (2.6).
6. Care este sensul fizic al coeficientului de viscozitate dinamică? În ce unități se exprimă? Depinde oare acest coeficient de temperatură?
7. Să se scrie formula lui Poiseuille și să se explice pentru ce curgere a lichidului este ea valabilă.
8. Definiți parcursul liber mediu al moleculelor ?

## Lucrarea de laborator Nr. 7

### Determinarea conductibilității termice a corpurilor solide

**Scopul lucrării:** determinarea conductibilității corpurilor solide cu ajutorul calorimetrului.

**Aparate și accesorii:** dispozitiv pentru măsurarea conductibilității, termometru, încălzitor, balanță, corpuri pentru care se calculează conductibilitatea termică.

**Teoria:** de studiat § 2.1, 2.1.1, 2.1.3 și § 10.6 – 10.10 din [2].

#### 1. Descrierea metodei experimentale

Dacă căldura se transmite de la un corp mai cald, al cărui temperatură se menține constantă  $T_1$ , la altul mai rece printr-o placă de grosime  $x$ , atunci temperatura  $T$  a corpului al doilea va crește.

*Fluxul elementar de căldură  $\delta Q$  prin suprafața plăcii de arie  $S$  în timpul  $dt$ , când proiecția gradientului de temperatură este  $\frac{dT}{dx}$ \*, poate fi determinat cu ajutorul relației (2.21)*

$$\delta Q = -K \frac{dT}{dx} S dt . \quad (1)$$

În situația când corpul al doilea nu cedează căldură, cantitatea de căldură care trece prin placă poate fi determinată cu ajutorul relației:

$$\delta Q = mcdT$$

---

\* Gradientul temperaturii reprezintă o mărime fizică care caracterizează rapiditatea variației temperaturii în spațiu și este egală numeric cu variația temperaturii pe o unitate de distanță.



unde  $c$  este căldura specifică, iar  $m$  este masa corpului al doilea. Deoarece în acest caz gradientul de temperatură  $dT/dx$  este egal cu  $(T - T_1)/x$ , comparând ultima expresie cu relația (1) obținem:

$$mcx \frac{dT}{T_1 - T} = \lambda S dt. \quad (3)$$

Dacă temperatura  $T$  a mediului al doilea în timpul  $\tau$  a variat de la  $T_0$  până la  $T_2$ , atunci coeficientul de conductibilitate termică poate fi obținut prin integrarea ecuației (3)

$$mcx \int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T_1 - T} = KS \int_0^{\tau} dt,$$

de unde obținem

$$K = \frac{mcx}{S\tau} \ln \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T_2}. \quad (4)$$

## 2. Descrierea montajului experimental

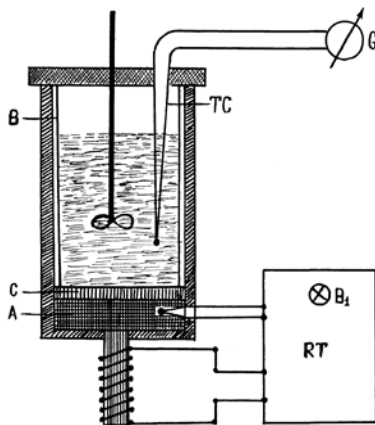


Fig. 2.7

În Fig. 2.7 este prezentat aspectul general al montajului experimental. Corpul metalic A este încălzit de o spirală, prin care trece curent electric. Cu ajutorul dispozitivului de reglare termică RT temperatura corpului A se menține constantă și aproximativ egală cu  $T_1 = 373$  K. Vizual acest fapt poate fi urmărit cu ajutorul becului  $B_1$ : când temperatura corpului A este  $T_1$ , becul se stinge. Pe corpul A se pune un disc C din materialul pentru care se va calcula coeficientul de

56

conductibilitate termică  $K$ . Pe disc se așează un vas cu apă. Variația temperaturii este indicată de galvanometrul  $G$ , unit cu termocuplul  $TC$ . Coeficientul de conductibilitate termică  $K$  se determină ușor cunoscând grosimea plăcii  $x$ , aria  $S$  a discului și temperatura apei  $T_0$  pâna la încălzire și  $T_2$  după intervalul de timp  $\tau$ .

Dacă  $c_1$  și  $m_1$ ,  $c_2$  și  $m_2$ ,  $c_3$  și  $m_3$  sunt, respectiv, capacitatea termică specifică și masa apei, a calorimetrului  $B$  și a agitatorului, atunci formula (4) se va utiliza sub forma:

$$K = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3) x}{S \tau} \ln \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T_2}. \quad (5)$$

### 3. Modul de lucru

1. Se determină cu ajutorul balanței masa  $m_2$  a vasului interior și masa  $m_3$  a agitatorului.
2. Se toarnă apă în vas și se determină masa apei  $m_1$ .
3. Cu ajutorul șublerului se măsoară grosimea  $x$  și diametrul  $D$  ale discului studiat și se determină aria suprafeței lui  $S = 0,25\pi D^2$ .
4. Se măsoară temperatura  $T_0$ . Se conectează încălzitorul. Când becul  $B_1$  (cu inscripția “*regim*”) se stinge (ceea ce înseamnă că temperatura corpului  $A$  este  $T_1$ ), se introduce discul studiat în calorimetru, deasupra căruia se pune vasul cu apă  $B$ . Se acoperă vasul și se pornește cronometrul. După un timp  $t = 20$  min se notează temperatura  $T_2$ . Pe toată durata măsurărilor este necesară agitarea continuă a apei cu agitatorul.
5. Se calculează conductibilitatea  $K$ , utilizând relația (5).
6. Se estimează erorile și se prezintă rezultatul final împreună cu concluziile respective.

## Întrebări de control

1. Ce reprezintă un fenomen de transport?
2. Scrieți expresia matematică a legii lui Fick și explicați mărimile fizice respective.
3. Descrieți mecanismul conductibilității termice: în gaze și lichide; în solide moleculare și amorse; în solide ionice și atomice; în metale.
4. Scrieți expresia matematică a legii lui Fourier și explicați mărimile fizice respective.
5. Scrieți expresia matematică a conductibilității termice, explicați sensul ei fizic.
6. Explicați metoda de lucru.
7. Demonstrați relația (5).

### 2.2 Noțiuni generale de termodinamică

Starea unei mase de gaz este determinată de valorile a trei mărimi, numite parametri de stare: presiunea  $p$ , volumul  $V$  și temperatura  $T$ . Ecuația ce leagă acești parametri se numește ecuație de stare a gazului. Pentru un mol de gaz ideal această ecuație are forma

$$pV = RT, \quad (1)$$

unde  $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  este constanta universală a gazelor. În termodinamică un rol important îl joacă energia internă  $U$  a corpului ori a tuturor corpurilor din sistem, care este determinată de starea lui. Întrucât starea sistemului este caracterizată de parametrii de stare  $p$ ,  $V$ ,  $T$ , rezultă că energia internă a sistemului este funcție de acești parametri, adică  $U = f(p, V, T)$ . Energia  $U$  a sistemului se compune din energia cinetică de mișcare haotică a moleculelor (energia cinetică de translație și de rotație) și energia potențială, condiționată de interacțiunea moleculelor, energia de mișcare

oscilatorie a atomilor și moleculelor, de asemenea, din energia învelișului electronic al atomilor și ionilor și energia câmpurilor electrostatice și gravitaționale ale atomilor.

În termodinamică nu se studiază procesele legate de modificarea energiei internucleare și a energiei învelișului electronic al atomilor. De aceea prin energie internă  $U$  vom înțelege numai energia de mișcare termică a particulelor ce formează sistemul dat și energia potențială, condiționată de poziția lor reciprocă. Energia cinetică a sistemului este o funcție univocă de stare. Acest lucru înseamnă că unei și aceleiași stări a sistemului îi corespunde numai o anumită valoare a energiei interne  $U$ . În procesele termodinamice, se studiază variația energiei interne a sistemului la variația stării lui. De aceea alegerea nivelului de referință, față de care se măsoară energia internă, nu este esențială. De regulă, se consideră că energia internă este zero la temperatura  $T = 0 \text{ K}$ . Modificarea stării sistemului de corpuri este condiționată de transmiterea energiei de la un corp la altul. Transmiterea de energie poate avea loc sau prin efectuare de lucru mecanic  $L$ , sau prin transmitere de căldură  $Q$ , condiționată de mișcarea termică moleculară.

Din mecanică se știe, că lucrul  $L$  este măsura variației energiei mecanice transmisă de la un corp la altul. Efectuarea lucrului întotdeauna este însoțită de deplasarea corpului ca un tot întreg sau a părților lui componente. Cantitatea de energie transmisă de la un corp la altul în procesul transmiterii de căldură se măsoară cu cantitatea  $Q$  de căldură cedată de un corp altuia. Cedarea căldurii nu este legată de deplasarea corpurilor, dar este condiționată de faptul, că unele molecule ale corpului mai cald transmit energia lor cinetică unor molecule ale corpului mai rece, când aceste corpuri sunt aduse în contact.

Astfel, creșterea energiei interne a sistemului este egală cu suma dintre lucrul efectuat  $L'$  asupra sistemului și cantitatea de căldură  $Q$ , transmisă sistemului

$$\Delta U = Q + L' . \quad (2)$$

De regulă, în locul lucrului  $L'$ , efectuat de corpurile exterioare asupra sistemului, se consideră lucrul  $L = -L'$ , efectuat de sistem asupra corpurilor exterioare. Substituind în (2) „ $-L$ ” în loc de „ $L'$ ”, obținem

$$Q = \Delta U + L. \quad (3)$$

Ecuția (3) exprimă legea conservării energiei aplicată la fenomenele termice și reprezintă **principiul întâi al termodinamicii**:

**cantitatea de căldură transmisă sistemului se consumă pentru mărirea energiei interne a sistemului și efectuarea de către acesta a lucrului mecanic asupra corpurilor exterioare.**

Pentru un proces elementar ecuația (3) se reprezintă în modul următor:

$$\delta Q = dU + \delta L, \quad (4)$$

unde  $dU$  este creșterea energiei interne, iar  $\delta Q$  și  $\delta L$  – cantitățile elementare de căldură și, respectiv, de lucru.

**Capacitatea termică a unui corp oarecare se numește mărirea fizică egală cu cantitatea de căldură care trebuie transmisă corpului pentru a-i varia temperatura cu un grad Kelvin.**

Dacă la transmiterea căldurii  $\delta Q$  temperatura corpului crește cu  $dT$ , atunci prin definiție capacitatea termică este

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (5)$$

În SI unitatea de măsură pentru capacitatea termică este J/K.

Capacitatea termică a unui mol de substanță se numește **căldură molară** și se exprimă în J/(mol · K).

Capacitatea termică a gazelor depinde de condițiile de încălzire. Vom clarifica această dependență, utilizând ecuația de

stare (1) și principiul întâi al termodinamicii. Prin definiție căldura molară este

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{\delta L}{dT}. \quad (6)$$

După cum se observă din (6), capacitatea termică poate avea diferite valori în funcție de modul de încălzire. Pentru aceeași valoare a lui  $dT$  mărimilor  $dU$  și  $\delta L$  le pot corespunde diferite valori. Lucrul elementar  $\delta L$  pentru gaze este dat de relația

$$\delta L = p dV. \quad (7)$$

Vom studia procesele de bază ce au loc într-un mol de gaz ideal la variația temperaturii.

**Procesul izocor.** Procesul se numește izocor, dacă la variația temperaturii, volumul sistemului rămâne constant  $V = \text{const.}$  În acest caz  $dV = 0$ , prin urmare  $\delta L = 0$ , adică toată căldura transmisă gazului din exterior se consumă numai pentru variația energiei lui interne. Din (6) obținem că la volum constant căldura molară a gazului este

$$C_v = \frac{dU}{dT}. \quad (8)$$

**Procesul izobar.** Procesul ce decurge la presiune constantă,  $p = \text{const.}$ , se numește proces izobar. În această situație din definiția căldurii molare și din principiul întâi al termodinamicii, avem

$$C_p = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_p = \frac{dU}{dT} + p \left( \frac{dV}{dT} \right)_p. \quad (9)$$

Prin urmare, căldura transmisă gazului în procesul izobar se consumă pentru mărirea energiei interne și pentru efectuarea unui lucru mecanic.

Dacă diferențiem relația (1), obținem  $p dV + V dp = R dT$ . Deoarece în acest caz  $dp = 0$ , obținem  $p dV = R dT$ . Substituind

ultima expresie în (9) și ținând seama de (8), obținem **ecuația lui Mayer**

$$C_p = C_v + R. \quad (10)$$

Așadar, căldura molară într-un proces izobar  $C_p$  este mai mare decât căldura molară într-un proces izocor  $C_v$  cu valoarea constantei universale a gazelor  $R$ .

**Procesul izoterm.** Procesul ce are loc la temperatură constantă  $T = \text{const.}$  se numește proces izoterm. În acest caz  $dT = 0$  și, respectiv,  $\delta Q = \delta L$ , adică energia internă a gazului rămâne constantă și toată căldura transmisă sistemului se consumă pentru efectuarea lucrului mecanic.

**Procesul adiabatic.** Procesul care decurge fără schimb de căldură cu mediul exterior ( $\delta Q = 0$ ) se numește proces adiabatic. În acest caz principiul întâi al termodinamicii se va scrie sub forma  $dU + \delta L = 0$ , de unde  $\delta L = -dU = -C_v dT$ , adică la dilatarea și comprimarea adiabatică gazul efectuează lucru numai pe seama energiei interne. Ecuația procesului adiabatic are forma

$$PV^\gamma = \text{const.}, \quad (11)$$

unde raportul

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (12)$$

se numește **indice adiabatic**.

Conform teoriei cinetico-moleculare, energia interioară a unui mol de gaz ideal este egală cu

$$U = \frac{i}{2} RT, \quad (13)$$

unde  $i$  este numărul **gradelor de libertate** al unei molecule de gaz. Prin numărul gradelor de libertate se înțelege numărul de mărimi (coordonate) independente, care determină în întregime poziția corpului în spațiu.

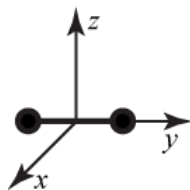


Fig. 2.8

Poziția punctului material în spațiu este determinată de trei coordonate. Moleculele monoatomice pot fi considerate puncte materiale ce posedă numai trei grade de libertate ( $i = 3$ ) ale mișcării de translație în direcțiile axelor  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ . Moleculele biatomice rigide au  $i = 5$  grade de libertate: trei ale mișcării de translație în direcția axelor  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  și două ale mișcării de rotație în jurul axelor  $Ox$  și  $Oz$  (vezi Fig. 2.8). Mișcarea de rotație a moleculei biatomice în jurul axei  $Oy$  poate fi neglijată, întrucât momentul de inerție față de această axă este extrem de mic. De aceea, contribuția energiei mișcării de rotație în jurul axei  $Oy$ , în energia totală a moleculei date, de asemenea poate fi neglijată.

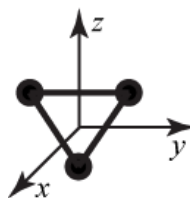


Fig. 2.9

Moleculele compuse din trei sau mai mulți atomi, ce formează un sistem rigid și nu sunt situați pe o singură dreaptă, au un număr de grade de libertate  $i = 6$ : trei ale mișcării de translație și trei ale mișcării de rotație în jurul axelor  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  (vezi Fig. 2.9). Dacă distanța dintre atomi se modifică, atunci apar grade de libertate suplimentare. Conform formulelor (8), (10) și (13), obținem

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad (14)$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (15)$$

De aici, pentru raportul capacităților termice molare ale gazului obținem:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \quad (16)$$



Observăm că acest raport depinde numai de numărul gradelor de libertate ale moleculelor gazului ideal, adică numai de structura chimică a moleculelor.

## Lucrarea de laborator Nr. 8

### *Determinarea raportului căldurilor molare ale gazelor $C_p/C_V$*

**Scopul lucrării:** determinarea raportului căldurilor molare ale aerului la presiune și la volum constante.

**Aparate și accesorii:** vas de sticlă, pompă, cronometru, manometru.

**Teoria:** de studiat § 2.2.

### 1. Metoda experimentală

În această lucrare se determină raportul  $\gamma = C_p/C_V$  pentru aer folosind metoda bazată pe dilatarea adiabatică a gazului. Într-o aproximație satisfăcătoare, orice variație rapidă a volumului poate fi considerată ca un proces adiabatic, întrucât schimbul de căldură cu mediul exterior este cu atât mai mic, cu cât procesul decurge mai rapid.

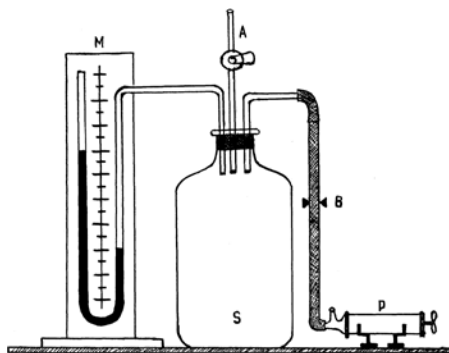


Fig. 2.10

Montajul experimental se compune dintr-un vas (recipient) de sticlă  $S$  unit cu un manometru cu apă  $M$  și cu o pompă  $P$  (Fig. 2.10).

La pomparea aerului în vasul  $S$  până când denivelarea în ambele ramuri ale manometrului va fi de 250–300 mm, presiuni-

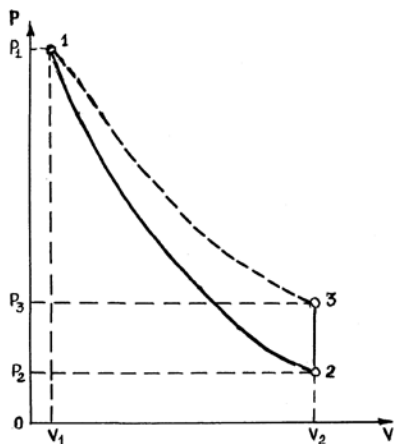


Fig. 2.11

nea se va mări până la  $p_1$ . După 3–4 minute temperatura aerului în vas va deveni egală cu temperatura mediului exterior  $T_1$ , iar volumul gazului – cu  $V_1$  (starea 1 din Fig. 2.11). Deschizând apoi pentru un interval scurt de timp robinetul  $A_1$ , presiunea din balon  $p_2$  devine egală cu cea atmosferică. În acest timp se produce un proces adiabetic. Volumul va deveni  $V_2$  (starea 2

Fig. 2.11). Întrucât lucrul la dilatarea gazului se efectuează pe seama energiei interioare, temperatura se micșorează:  $T_2 < T_1$ . Pentru transformarea adiabetică din starea 1 în starea 2 este valabilă ecuația

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \quad (17)$$

unde  $\gamma = C_p / C_v$ . După 3-4 minute de la închiderea robinetului aerul din recipient se încălzește într-un proces izocor până la temperatura camerei  $T_1$ , iar presiunea se ridică până la  $p_3$  (starea 3, Fig. 2.11).

Comparând starea finală 3 cu cea inițială 1 a gazului, vedem că ele se referă la una și aceeași izotermă. De aceea poate fi aplicată legea lui Boyle-Mariotte

$$p_1 V_1 = p_3 V_2. \quad (18)$$

Din relațiile (17) și (18) determinăm raportul  $\gamma$ . Pentru aceasta, ridicăm ecuația (18) la puterea  $\gamma$  și o împărțim la ecuația (17).

$$\frac{p_1^\gamma V_1^\gamma}{p_1 V_1^\gamma} = \frac{p_3^\gamma V_2^\gamma}{p_2 V_2^\gamma} \quad \text{sau} \quad \frac{p_1^\gamma}{p_1} = \frac{p_3^\gamma}{p_2},$$

de unde

$$(p_3/p_1)^\gamma = p_2/p_1.$$

Logaritmând ultima expresie, obținem raportul căutat

$$\gamma = \frac{\ln(p_2/p_1)}{\ln(p_3/p_1)} = \frac{\ln p_2 - \ln p_1}{\ln p_3 - \ln p_1}. \quad (19)$$

Această formulă poate fi simplificată. Notăm denivelarea apei din ramurile manometrului după 3–4 minute de la pomparea aerului cu  $H$ , iar după deschiderea și închiderea robinetului (după 3–4 minute) cu  $h_0$ . În acest caz presiunile aerului sunt:

$$p_1 = p_2 + \alpha H \text{ și } p_3 = p_2 + \alpha h_0, \quad (20)$$

unde  $\alpha$  este coeficientul de trecere de la denivelarea manometrului la presiunea exprimată în Pascali. Din (20) avem

$$p_2 = p_1 - \alpha H \text{ și } p_3 = p_1 - \alpha(H - h_0).$$

Introducând expresiile pentru  $p_2$  și  $p_3$  în (19), obținem:

$$\gamma = \frac{\ln[1 - \alpha H/p_1]}{\ln[1 - \alpha(H - h_0)/p_1]}. \quad (21)$$

Mărimile  $x = \alpha H/p_1$  și  $y = \alpha(H - h_0)/p_1$  sunt cu mult mai mici

decât unitatea și, prin urmare, sunt valabile expresiile aproximative:

$$\ln(1 - x) = -x, \quad \text{și}$$

$$\ln(1 - y) = -y.$$

Utilizând aceste aproximații, expresia (21) poate fi reprezentată sub forma:

$$\gamma = \frac{H}{H - h_0}. \quad (22)$$

Această relație va servi pentru determinarea lui  $\gamma$ .

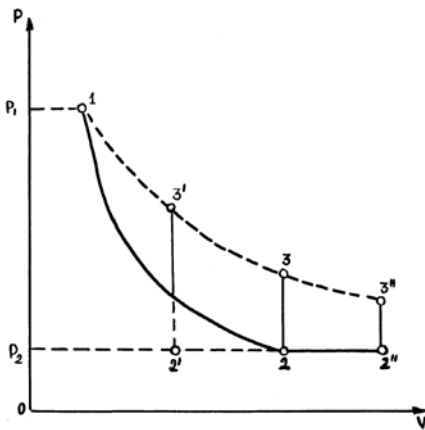


Fig. 2.12

Mărimea  $h_0$  din formula (22) corespunde cazului, când robinetul A se închide în momentul terminării procesului adiabatic 1-2 și în Fig. 2.12 este reprezentat prin ordonata 2-3. Practic, însă, este imposibil de realizat o coincidență a momentelor închiderii robinetului și sfârșitului procesului de dilatare adiabatică. Dacă robinetul A se închide înaintea momentului când presiunea se micșorează până la presiunea atmosferică, atunci se obține o valoare mărită a diferenței de presiuni  $h_0'$ , ce corespunde segmentului 2'-3' și, invers, dacă robinetul se închide mai târziu, se va obține o valoare micșorată  $h_0''$  a acestei diferențe, ceea ce corespunde segmentului 2''-3'' și diferă de  $h_0$  cu atât mai mult, cu cât este mai mare timpul de reținere  $\tau$ . Experimental se observă că între  $\tau$ ,  $h_0''$  și  $h_0$  există relația  $\lg h_0'' = \lg h_0 - a\tau$ , adică o dependență liniară dintre  $\lg h_0''$  și  $\tau$ . Ordonata inițială este egală cu valoarea logaritmului mărimii căutate  $h_0$ , iar  $a$  este coeficientul unghiular al dreptei, care depinde de condițiile experimentului.

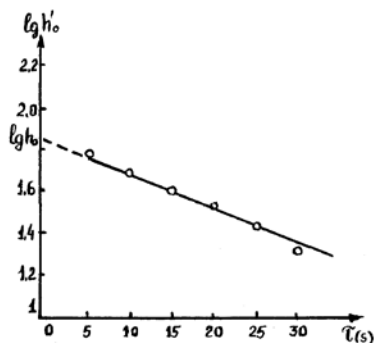


Fig. 2.13

Acest rezultat experimental este în deplină concordanță cu definiția timpului de relaxare  $\tau$ , adică timpul în decursul căruia parametrul în raport cu care sistemul este scos din starea de echilibru (în cazul nostru presiunea  $p$ ) se micșorează de  $e$  ori ( $p = p_0 e^{-t/\tau}$ ). Obținând experimental mai multe valori pentru  $\lg h_0''$ , ce corespund

diferitor durate de timp la dilatare (când presiunea inițială  $p_1$  este una și aceeași), se poate construi graficul funcției  $\lg h_0'' = f(\tau)$

care reprezintă o linie dreaptă (*Fig. 2.13*). Prelungind această dreaptă până la intersecția cu axa ordonatelor, obținem  $lg h_0$ , de unde calculăm  $h_0$  (considerând că durata procesului 1 – 2 este neglijabilă în comparație cu durata procesului 2 – 2'', în calitate de  $\tau$  poate fi luat timpul în care este deschis robinetul A).

## 2. Modul de lucru

1. Se pompează aer în recipient până când denivelarea lichidului din ramurile manometrului va deveni egală cu 200–300 mm. Se închide robinetul (cu cleștele) B la o valoare anumită (constantă în seria de măsurări ce se vor efectua) a nivelului de sus al lichidului în una din ramurile manometrului. Pornim cronometrul. După trei minute, în care temperatura în interiorul vasului devine egală cu temperatura mediului înconjurător, iar presiunea încetează să mai varieze, notăm denivelarea manometrului  $H = L_1 \pm L_2$ . Nivelul lichidului se va măsura după linia tangentă la menisc.
2. Se deschide brusc robinetul A, egalând presiunea din interiorul vasului cu cea atmosferică, notând concomitent timpul. După 5 secunde ( $\tau = 5$  s) robinetul A se închide. În acest timp presiunea în recipient devine egală cu cea atmosferică, iar temperatura se micșorează. După trei minute, în care temperatura din balon devine egală cu cea din exterior, se notează denivelarea manometrului  $h_0'' = l_1 \pm l_2$ .
3. Se repetă măsurările (conform punctelor 1 și 2), menținând robinetul A deschis timp de  $\tau = 10, 15, 20, 25, 30$  s. De menționat că înainte de deschiderea robinetului A se va instala atent cu ajutorul robinetului B nivelul în unul din ramurile manometrului (fie cel de sus), după egalarea temperaturilor, la aceeași diviziune, ca și în primul experiment, dacă acest nivel nu se stabilește de la sine. Astfel se determină  $h_0''$  după  $\tau = 5, \dots, 30$  s. Datele obținute se trec în *Tabelul 1*.

4. Cu ajutorul datelor obținute se construiește graficul funcției  $\lg h_0''$ , reprezentând pe abscisă timpul  $\tau$ , iar pe ordonată valorile  $\lg h_0''$  (Fig. 2.13). Graficul reprezintă o dreaptă, care urmează a fi prelungită până la intersecția cu axa ordonatelor pentru a obține valoarea  $\lg h_0$ . Dacă unele puncte experimentale se află prea departe de dreapta construită, punctele respective se vor verifica repetând experiența. După aceasta se determină mărimea  $h_0$ , care se introduce în formula (22) și se calculează valoarea indicelui adiabatic  $\gamma$ . Graficul  $\lg h_0'' = f(\tau)$  se va construi pe hârtie milimetrică și se va anexa la referatul lucrării.

Tabelul 1

$\tau$ (s)	5	10	15	20	25	30
$L_1$ (mm)						
$L_2$ (mm)						
$H$ (mm)						
$l_1$ (mm)						
$l_2$ (mm)						
$h_0''$ (mm)						
$\lg h_0''$						

5. În baza relației (22) se deduce formula de calcul a erorilor  $\varepsilon = \Delta\gamma/\gamma$  și se calculează erorile relativă și absolută.
6. Se scrie rezultatul final sub forma  $\gamma_{\text{exp}} = \gamma \pm \Delta\gamma$ .
7. Se compară pentru aer  $\gamma_{\text{exp}}$  cu valoarea teoretică calculată din formula (16).

## Întrebări de control

1. Ce se numește căldură molară?, dar specifică?
2. Care proces se numește adiabatic?
3. Din ce cauză  $C_p$  este mai mare decât  $C_V$  ?
4. Să se deducă relația dintre  $C_p$  și  $C_V$ , folosind primul principiu al termodinamicii.
5. Care sunt expresiile pentru  $C_p$ ,  $C_V$  și  $\gamma$  ce rezultă din teoria cinetico-moleculară?
6. Analizați procesele termodinamice ce se produc cu aerul din vas și deduceți formula (22) pentru indicele adiabatic  $\gamma$ .
7. De ce este necesară construirea graficului  $\lg h_0''$  în funcție de  $\tau$  ?

## Lucrarea de laborator Nr. 9

### Determinarea variației entropiei într-un proces ireversibil

**Scopul lucrării:** determinarea variației entropiei sistemului “apă rece – apă caldă”

**Aparate și accesorii:** reșou electric, termometre, pahare gradate, calorimetre, agitator, balanță tehnică.

Funcția de stare  $S$  a unui sistem, a cărei diferențială într-un proces elementar este egală cu raportul dintre o cantitate infinit mică de căldură  $\delta Q$ , cedată sau primită de sistem, și temperatura absolută a sistemului, se numește **entropie**  $dS = \delta Q/T$ .

Entropia, ca și energia internă  $U$  a sistemului, este o funcție univocă de stare a sistemului, adică la trecerea sistemului din starea 1 în starea 2 variația entropiei  $\Delta S$  depinde numai de stările inițială

și finală ale sistemului și nu depinde de drumul urmat în această trecere

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad (1)$$

Entropia unui sistem închis crește, dacă în sistem are loc un proces ireversibil, sau rămâne constantă, dacă în sistem are loc un proces reversibil, deci  $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \geq 0$ . De unde

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq 0, \quad (2)$$

unde semnul „=” corespunde procesului reversibil, iar semnul „>” – procesului ireversibil. Relația (2) cu semnul „>” reprezintă expresia matematică a legii creșterii entropiei.

Entropia unui sistem închis nu poate să se micșoreze. Micșorarea entropiei este posibilă numai într-un sistem deschis. Dacă sistemul primește căldură din exterior, entropia acestuia întotdeauna crește ( $S_2 > S_1$ ). Dacă sistemul cedează căldură, entropia lui se micșorează ( $S_2 < S_1$ ). Să determinăm variația entropiei sistemului (apă rece – apă fierbinte). Fie  $m_1$  și  $T_1$  sunt, respectiv, masa și temperatura apei reci, iar  $m_2$  și  $T_2$  – masa și temperatura apei fierbinți, iar temperatura ce se stabilește după amestecarea apei reci cu apă fierbinte este  $\Theta$ . Conform ecuației echilibrului termic, cantitatea de căldură cedată de apa fierbinte este egală cu cantitatea de căldură primită de apa rece:

$$\delta Q_2 = \delta Q_1$$

sau

$$m_1 c (\Theta - T_1) = m_2 c (T_2 - \Theta).$$

Considerând căldura specifică independentă de temperatură, obținem

$$\Theta = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$



La amestecarea apei reci cu cea fierbinte, obținem următoarea creștere a entropiei apei reci

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{\Theta} \frac{\delta Q}{T} = m_1 c \int_{T_1}^{\Theta} \frac{dT}{T} = m_1 c \ln \frac{\Theta}{T_1}, \quad (4)$$

Observăm, că variația entropiei apei la încălzire  $\Delta S_1 > 0$ , deoarece  $T_1 < \Theta$ . Deci, entropia apei la încălzire crește.

Variația entropiei apei ferbinți la răcire

$$\Delta S_2 = \int_{\Theta}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = m_2 c \int_{\Theta}^{T_2} \frac{dT}{T} = m_2 c \ln \frac{T_2}{\Theta}. \quad (5)$$

Din (5) se observă că variația entropiei apei la răcire  $\Delta S_2 < 0$ , deoarece  $T_2 > \Theta$ . Deci, entropia apei la răcire scade. Variația totală a entropiei amestecului ”apă rece – apă fierbinte”  $\Delta S$  este egală cu suma variațiilor componentelor amestecului:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

Așadar, variația totală a entropiei sistemului “apă rece – apă fierbinte” este:

$$\Delta S = \Delta S_1 - \Delta S_2 = m_1 c \ln \frac{\Theta}{T_1} - m_2 c \ln \frac{T_2}{\Theta}. \quad (6)$$

### Modul de lucru

1. Se determină cu ajutorul unui pahar gradat masa apei reci  $m_1$  și se toarnă în calorimetru. Folosind termometrul, se măsoară temperatura apei  $t_1$  °C ( $T_1 = 273$  °C +  $t_1$  °C).
2. Cu un reșou electric se încălzește masa  $m_2$  de apă până la  $t_2 > 50$  °C, ( $T_2 = 273$  °C +  $t_2$  °C). Se toarnă masa de apă  $m_2$  în calorimetrul cu apă rece și se măsoară temperatura  $t'$  ( $\Theta = 273$  °C +  $t'$  °C).
3. Se calculează valoarea temperaturii amestecului ”apă rece – apă fierbinte”  $\Theta$ , folosind formula (3).

4. Se calculează variația entropiei  $\Delta S$  (formula 6) și se verifică dacă  $\Delta S > 0$  (legea creșterii entropiei la procesele ireversibile în sisteme închise).

### **Întrebări de control**

1. Ce se numește entropie?
2. De ce parametri depinde variația entropiei și cum se determină această variație?
3. Formulați legea creșterii entropiei și scrieți expresia ei matematică.
4. Să se deducă formula de lucru (6).
5. Cum se determină variația entropiei în lucrarea dată?

## BIBLIOGRAFIE

1. Saveliev I.V. *Curs de fizică generală*. Vol.1. Chişinău, Lumina, 1972.
2. Detlaf A.A., Iavorski V.M. *Curs de fizică*. Chişinău, Lumina, 1991.
3. Савельев И.В. *Курс физики*. т.1. М: Наука, 1989.
4. *Механика и молекулярная физика. Физический практикум*. Под ред. проф. В.И. Ивероновой, М: Наука, 1967.
5. Детлаф А.А., Яворский Б.М. *Курс физики*. М: Высшая школа, 1989.
6. Трофимова Т.И. *Курс физики*. М: Высшая школа, 1985.
7. *Лабораторные занятия по физике*. Под ред. Л.Л. Гольдина, М: Наука, 1983.
8. Кортнев А.В., Куценко А.Н., Рублёв Ю.В. *Практикум по физике*. М: Высшая школа, 1965.
9. Иверонова В.И. *Физический практикум. Механика и молекулярная физика*. М: Физматгиз., 1977.
10. Майсова Н.Н. *Практикум по курсу общей физики*. М: Высшая школа, 1970.

## CUPRINS

<b>1. Mișcarea de rotație a solidului rigid.....</b>	<b>3</b>
1.1. Energia cinetică de rotație.....	3
1.2. Momentul de inerție.....	4
1.3. Ecuația fundamentală a dinamicii mișcării de rotație a corpului solid relativ de o axă fixă.....	6
1.4. Legea conservării momentului impulsului.....	9
<b>Lucrarea de laborator Nr.1 Studiul legii fundamentale a dinamicii mișcării de rotație.....</b>	<b>11</b>
<b>Lucrarea de laborator Nr.2 Determinarea momentului de inerție al volantului.....</b>	<b>16</b>
<b>Lucrarea de laborator Nr.2(a) Determinarea momentului de inerție al pendulului Maxwell.....</b>	<b>20</b>
<b>Lucrarea de laborator Nr.3 Determinarea momentelor de inerție principale ale rigidului cu ajutorul pendulului de torsiune.....</b>	<b>23</b>
<b>Lucrarea de laborator Nr.3(a) Determinarea momentului de inerție al rigidului și verificarea teoremei lui Steiner utilizând metoda oscilațiilor torsionale.....</b>	<b>29</b>
<b>Lucrarea de laborator Nr.4 Determinarea vitezei de zbor a glontelui cu ajutorul pendulului balistic de torsiune.....</b>	<b>33</b>
<b>2. Fizică moleculară. Termodinamică.....</b>	<b>39</b>
2.1. Fenomene de transport.....	39
2.1.1. Difuzia.....	39
2.1.2. Viscositatea.....	40
2.1.2(a). Determinarea coeficientului de viscozitate dinamică prin metoda lui Poiseuille.....	43
2.1.2(b). Determinarea coeficientului de viscozitate dinamică prin metoda lui Ostwald.....	45
2.1.3. Conductibilitatea termică. Legea lui Fourier.....	47

<b>Lucrarea de laborator Nr.5</b> Determinarea coeficientului de frecare interioară al unui lichid cu ajutorul viscozimetrului capilar.....	50
<b>Lucrarea de laborator Nr.6</b> Determinarea coeficientului de frecare interioară și al parcursului liber mediu al moleculelor unui gaz.....	51
<b>Lucrarea de laborator Nr.7</b> Determinarea conductibilității termice a corpurilor solide.....	55
<b>2.2. Noțiuni generale de termodinamică.....</b>	<b>58</b>
<b>Lucrarea de laborator Nr.8</b> Determinarea raportului căldurilor molare ale gazelor $C_p/C_V$ .....	64
<b>Lucrarea de laborator Nr.9</b> Determinarea variației entropiei într-un proces ireversibil.....	70
<b>Bibliografie.....</b>	<b>74</b>