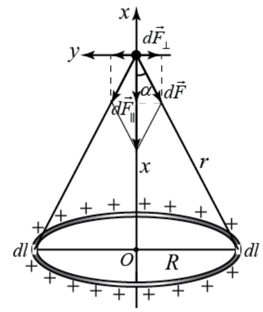
5.

Nr/o	Soluţie	Punctaj
a)	Asupra bilei acţionează forţa de greutate $G = mg$ şi forţa de interacţiune electrostatică cu inelul încărcat F_e; **(0,5 p.)**  Determinarea forţei electrostatice F_e: Pentru desenul necesar la calculul forţei **(1,0 p.)** Divizarea sarcinii inelului în sarcini elementare dQ. $dQ = \frac{Q}{2\pi R} dl$ **(0,5 p.)** $dF_e = \frac{\lvert q\rvert \cdot \lvert dQ\rvert}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lvert q\rvert \cdot \lvert Q\rvert}{2\pi R \cdot r^2} dl$ **(0,5 p.)** $d\vec{F}_e = d\vec{F}_{e,\perp} + d\vec{F}_{e,\parallel}$ $\Rightarrow$ $\vec{F}_e = \int d\vec{F}_e = \int d\vec{F}_{e,\perp} + \int d\vec{F}_{e,\parallel}$, **(0,5 p.)** $\int d\vec{F}_{e,\perp} = 0$ **(0,5 p.)** $F_e = \int dF_{e,\parallel} = \int dF_e \cdot \cos\alpha = \frac{\lvert q\rvert \cdot \lvert Q\rvert}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dl}{2\pi R \cdot r^2}\cos\alpha$, **(0,3 p.)** $\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\left(x^2+R^2\right)^{1/2}}$ **(0,3 p.)** $r^2 = x^2 + R^2$, **(0,2 p.)** $F_e = \frac{x}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2\pi R \cdot \left(x^2+R^2\right)^{1/2}}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lvert q\rvert \cdot \lvert Q\rvert}{\left(x^2+R^2\right)^{1/2}} x$, **(0,5 p.)** $x << R$ $F_e = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3} x$ **(0,2 p.)**	**5 p.**
b)	$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{G}$, **(0,2 p.)** $G = mg = 0{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 10 = 5\cdot 10^{-3}$ H; **(0,2 p.)** $\lvert F_e\rvert = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3} x = 9\cdot 10^9 \frac{100\cdot 10^{-9}\cdot 10^{-3}}{(0{,}4)^3} 10^{-2} = 0{,}14\,\text{H}$ **(0,5 p.)** $\Rightarrow$ $F_e \gg G$ $\Rightarrow$ $F = F_e$ $F = -kx$; **(0,3 p.)** Forţa este cvasi elastică $k = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$ **(0,3 p.)** $\Rightarrow$ Bila va efectua o mişcare oscilatorie armonică **(0,5 p.)**	**2 p.**
c)	$F = ma$, $a = \ddot{x}$ $\Rightarrow$ $m\ddot{x} = -kx$ $\Rightarrow$ $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ $\Rightarrow$ $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ **(0,5 p.)** unde $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ Soluţia acestei ecuaţii reprezintă legea mişcării: $x = x_m \cos\omega_0 t$ **(0,5 p.)** Parametrii mişcării oscilatorii: amplitudinea oscilaţiilor $x_m = x = 1\,\text{cm}$; **(0,2 p.)** Frecvenţa proprie $\omega_0 = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 m R^3}} = \sqrt{\frac{10^{-7}\cdot 10^{-3}\cdot 9\cdot 10^9}{5\cdot 10^{-4}\cdot 64\cdot 10^{-3}}} = \frac{3}{8\sqrt{5}} 10^3\ \text{s}^{-1} \approx 168\ \text{s}^{-1}$; **(0,5 p.)** Perioada oscilaţiilor $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{16\pi\sqrt{5}}{3} 10^{-3}\ \text{s} \approx 37\ \text{ms}$ **(0,3 p.)**	**2 p.**
d)	$\upsilon = \dot{x} = -\omega_0 x_m \sin\omega_0 t$ $\upsilon_m = \omega_0 x_m = 10^{-2} 168 = 1{,}68\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **(0,5 p.)** $a_m = \omega_0^2 x_m = 168^2 \cdot 10^{-2} \approx 282\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **(0,5 p.)**	**1 p.**