

Problema 10.3

a)	<p>Din triunghiurile $S'BI$ și SAI avem</p> $h' = S'B \cdot \operatorname{ctg} i = h \cdot \operatorname{tg} i_0 \cdot \operatorname{ctg} i = h \cdot \operatorname{tg} i_0 \cdot \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sin i} \quad \text{(1.25 p.)}$ <p>Adâncimea h' se obține când $i = i_c$. Deoarece $\sin i_c = \frac{1}{n}$ avem (0.5 p.)</p> $h' = h \cdot \sqrt{n^2 - 1} \operatorname{tg} i_0 \quad \text{(1.0 p.)}$ <p>Numeric $h' = 1 \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - 1} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{21}}{9} \approx 0,51$. (0.25 p.)</p>	3.0 p.
b)	<p>Din aceleași triunghiuri $S'BI$ și SAI avem</p> $\sin i = \frac{S'B}{S'I} = \frac{SA}{S'I} = \frac{h \operatorname{tg} i_0}{\sqrt{h^2 \operatorname{tg}^2 i_0 + (h - SS')^2}} \quad (1) \quad \text{(1.0 p.)}$ <p>Deoarece sursa se mișcă uniform accelerat $SS' = at^2/2$. (0.5 p.)</p> <p>Pentru realizarea în punctul I a reflexiei totale a razei de lumină $S'I$ este necesar ca</p> $i \geq i_c \Rightarrow \sin i \geq \sin i_c \Rightarrow \sin i \geq \frac{1}{n} \quad (2) \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Din (1) și (2) rezultă</p> $\frac{h \operatorname{tg} i_0}{\sqrt{h^2 \operatorname{tg}^2 i_0 + \left(h - \frac{at^2}{2}\right)^2}} \geq \frac{1}{n} \quad (3) \quad \text{(1.0 p.)}$ <p>Exprimăm timpul din relația (3)</p> $t \geq \pm \sqrt{\frac{2h}{a} \left(1 \mp \sqrt{n^2 - 1} \cdot \operatorname{tg} i_0\right)} \quad (4) \quad \text{(3.0 p.)}$ <p>Alegerea semnelor și clarificarea valorii minime a timpului: (0.25 p.)</p> $t_{\min} = \sqrt{\frac{2h}{a} \left(1 - \sqrt{n^2 - 1} \cdot \operatorname{tg} i_0\right)} \quad \text{(0.5 p.)}$ <p>Numeric se obține</p> $t_{\min} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 10^{-2}} \left(1 - \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - 1} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ\right)} = 10 \sqrt{1 - \frac{\sqrt{21}}{9}} \approx 7 \text{ s} \quad \text{(0.25 p.)}$	7.0 p.