

**ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ МОЛДОВЫ**  
**ФАКУЛЬТЕТ ИНЖЕНЕРИИ И МЕНЕДЖМЕНТА В**  
**РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЯХ**  
**КАФЕДРА ФИЗИКИ**

**ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**  
**КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОМУ**  
**ПРАКТИКУМУ ПО ФИЗИКЕ**

**Chişinău**  
**„Tehnica – UTM”**  
**2013**

В основу настоящей работы положены «Методические указания к лабораторному практикуму по физике (Электромагнетизм, Колебания и волны. Кишинев, 2001 г)», переработанные и дополненные в соответствии с действующей программой по физике для технических университетов.

К каждой работе даны контрольные вопросы, которые предусматривают необходимый минимум знаний для получения допуска к выполнению работы.

Методические указания предназначены студентам 1-го курса дневной и заочной форм обучения.

В подготовке настоящего издания принимали участие:

К.Ф. Шербан, конференциар

Э.В. Бурдужан, лект. унив.

Рецензент: Е.И. Георгицэ, профессор,

**UTM, 2013**

# 1. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

## § 1.1. Электрическое поле в диэлектриках

**Диэлектриками называются вещества, которые в обычных условиях практически не проводят электрический ток.**

Одним из важнейших свойств диэлектриков является их способность поляризоваться под воздействием внешнего электрического поля. Явление поляризации состоит в пространственной ориентации частиц диэлектрика, имеющих электрические заряды обоих знаков, и появлении в макроскопическом объеме диэлектрика некоторого наведенного (индуцированного) электрического момента. Количественно этот процесс характеризуется дипольным моментом единицы объёма диэлектрика, который называется **вектором поляризации**  $\vec{P}$ . Для однородных диэлектриков вектор поляризации равен векторной сумме дипольных моментов  $\vec{p}$  молекул, находящихся в единичном объеме вещества. Существуют **два механизма** поляризации диэлектриков: деформация молекул и частичная ориентация дипольных моментов молекул.

Деформация молекул является основным механизмом поляризации неполярных диэлектриков, которые состоят из атомов и молекул, не обладающих в отсутствие внешнего поля дипольными моментами. Внешнее электрическое поле, приложенное к таким диэлектрикам, вызывает смещение электронов относительно ядер (**электронная поляризация**) или разноименно заряженных ионов друг относительно друга (**ионная поляризация**). Такое смещение является упругим и осуществляется за очень короткое время ( $10^{-12}$  -  $10^{-15}$  с), т.е. практически безинерционно (масса покоя электрона много меньше массы ядра).

Рисунок 1.1 иллюстрирует процесс **деформационной поляризации** диэлектрика, состоящего из одноатомных молекул. В отсутствие внешнего поля (рис. 1.1, *a*) эти молекулы не

обладают дипольными моментами, так как центры масс отрицательных и положительных зарядов (электронов и ядер) совпадают. Если к диэлектрику приложено внешнее поле  $\vec{E}_0$  (рис. 1.1, б), то происходит деформация электронного облака атомов и молекул. Центры масс положительных и отрицательных зарядов смещаются друг относительно друга, таким образом молекула превращается в электрический диполь и, следовательно, приобретает дипольный момент (называемый также электрическим моментом)  $\vec{p}_e$ , ориентированный по направлению  $\vec{E}_0$ . Сумма электрических моментов единицы объёма диэлектрика равна вектору поляризации  $\vec{P}$ .

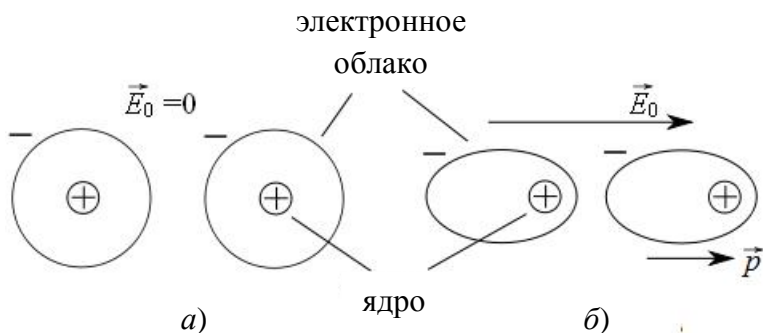


Рис. 1.1

Другой механизм поляризации проявляется в полярных диэлектриках, молекулы которых имеют собственные дипольные моменты  $\vec{p}$ , обусловленные асимметричным расположением положительно и отрицательно заряженных частиц. В отсутствие внешнего поля из-за теплового движения молекул эти дипольные моменты ориентированы хаотично (рис. 1.2, а), так что их векторная сумма в любом макроскопическом объёме равна нулю, а диэлектрик в целом не поляризован.

При наличии внешнего поля на положительно и отрицательно заряженные частицы действуют кулоновские силы,

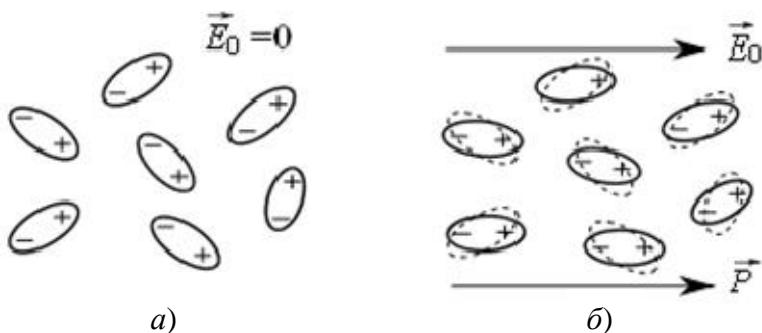


Рис. 1.2

стремящиеся ориентировать диполи по направлению поля  $\vec{E}_0$ . Конкурирующим механизмом, препятствующим полному выстраиванию всех молекулярных дипольных моментов вдоль поля  $\vec{E}_0$ , является тепловое движение молекул. В результате происходит частичная ориентация дипольных моментов (рис. 1.2, б). При этом векторная сумма дипольных моментов уже не равна нулю: диэлектрик поляризован. Рассмотренный механизм называют **ориентационной поляризацией** диэлектрика.

Этот механизм не является единственным при поляризации полярных диэлектриков. Наряду с ним происходит и **деформация** молекул, также вносящая вклад в поляризацию. Однако в отличие от деформации, ориентация дипольных моментов молекул происходит значительно медленнее и сопровождается большим поглощением энергии приложенного поля. Потери энергии внешнего поля, обусловленные поляризацией диэлектрика, называют диэлектрическими потерями.

Различие в скоростях деформационной и ориентационной поляризации приводит к тому, что вклад каждого из этих механизмов существенно зависит от динамики изменения внешнего электрического поля. При быстрых изменениях внешнего поля ориентация молекулярных дипольных моментов практически отсутствует: дипольные моменты не успевают "следить" за изменением напряженности поля. Поэтому основ-

ным вкладом в поляризацию полярных диэлектриков на высоких частотах является деформация молекул (**электронная поляризация**).

В стационарном поле (после окончания переходных процессов), наоборот, вклад частичной ориентации дипольных моментов молекул в поляризацию диэлектриков (**ориентационной поляризации**) значительно превосходит вклад, обусловленный деформацией молекул. Эта ситуация сохраняется и при достаточно медленных изменениях внешнего поля.

Наконец, существует переходная область частот изменения внешнего поля (для каждого диэлектрика – своя), в которой вклад ориентационной поляризации относительно быстро уменьшается. Эта область частот характеризуется большими диэлектрическими потерями внешнего поля.

Поляризация диэлектрика приводит к тому, что напряженность электрического поля внутри диэлектрика уменьшается по сравнению с напряженностью внешнего поля. Действительно, так как при поляризации молекул их положительно заряженные частицы смещаются в направлении поля, то электрическое поле, обусловленное этим смещением, направлено противоположно внешнему полю. Чем больше смещение, т.е. чем сильнее поляризован диэлектрик, тем меньше напряженность поля внутри диэлектрика.

Количественно поведение диэлектрика во внешнем поле характеризуется диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , которая в случае однородного диэлектрика равна отношению напряженности внешнего поля  $\vec{E}_0$  к напряженности поля  $\vec{E}$  внутри диэлектрика:

$$\varepsilon = \frac{\vec{E}_0}{\vec{E}}. \quad (1.1)$$

Учитывая рассмотренные выше особенности поведения полярных диэлектриков в переменном электрическом поле, можно качественно установить зависимость  $\varepsilon$  от частоты  $\nu$  изменения электрического поля (рис. 1.3). Для очень больших

частот ( $\nu \rightarrow \infty$ ) диэлектрическая проницаемость определяется только деформационной поляризацией ( $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\infty$ ). В стационарном и медленно меняющемся поле ( $\nu \rightarrow 0$ ) преобладает ориентационная поляризация ( $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_{cm} \gg \varepsilon_\infty$ ).

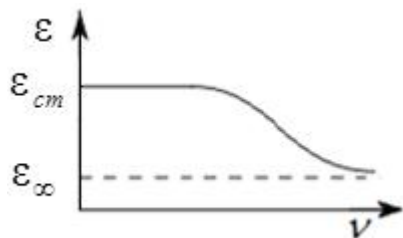


Рис. 1.3

В зависимости от влияния напряженности электрического поля на значение диэлектрической проницаемости материала все диэлектрики подразделяют на линейные и нелинейные.

При больших напряженностях внешнего электрического поля линейные диэлектрики становятся нелинейными. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  линейных диэлектриков не зависит от напряженности внешнего поля  $\vec{E}_0$ , а вектор поляризации  $\vec{P}$  линейно зависит от напряженности этого поля. В природе существуют нелинейные диэлектрики и при малых интенсивностях внешнего поля  $\vec{E}_0$  (**сегнетоэлектрики**), у которых зависимость вектора  $\vec{P}$  от напряженности внешнего поля имеет сложный вид. Кривая зависимости  $\vec{P}$  от  $\vec{E}$  называется петлей гистерезиса. Мгновенное значение модуля вектора поляризации не определяется однозначно соответствующим значением напряженности электрического поля: одному и тому же значению напряженности  $\vec{E}$  соответствуют различные значения вектора поляризации  $\vec{P}$ . Таким образом, диэлектрической проницаемостью сегнетоэлектриков можно управлять электрическим полем. Поэтому нелинейные диэлектрики называются **активными диэлектриками**.

Специфические диэлектрические свойства сегнетоэлектриков (большая диэлектрическая проницаемость, достигающая до десятков тысяч, прямой и обратный пьезоэлектрический эффекты, диэлектрический гистерезис) позволяют использо-

вать их в электронике, электроакустике и других областях техники.

Перечисленные характерные свойства обусловлены тем, что в кристаллах сегнетоэлектриков имеются микроскопические области размером порядка  $10^{-6}$  м, так называемые **сегнетоэлектрические домены**, в которых дипольные моменты отдельных электрических диполей ориентированы одинаково даже в отсутствие внешнего электрического поля. Таким образом, домены в сегнетоэлектриках представляют собой области спонтанной (самопроизвольной) поляризации. Доменная структура кристалла сегнетоэлектрика изображена на рис. 1.4. Каждый домен обладает большим дипольным моментом.

Принципиальным недостатком, ограничивающим возможности технического применения сегнетоэлектриков, является зависимость их свойств от температуры. Наибольший интерес представляют температурные зависимости  $\varepsilon$ . Установлено резкое возрастание диэлектрической проницаемости в области фазового перехода. На рис. 1.5 показана характерная для сегнетоэлектриков зависимость диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  от температуры. Возрастание диэлектрической проницаемости при  $T < T_K$  связано с повышением неустойчивости структуры кристалла при приближении к температуре  $T_K$ , при которой наблюдается фазовый переход 2-го рода. Этот переход характеризуется поглощением кристаллом определённого количества тепла при постоянной температуре.

При температуре  $T_K$  (рис. 1.5), которая называется **температурой Кюри**, происходит перестройка кристаллической решетки сегнетоэлектрика, сопровождающаяся разрушением его доменной структуры. У большинства сегнетоэлектриков при температуре, превышающей температуру Кюри ( $T > T_K$ ),

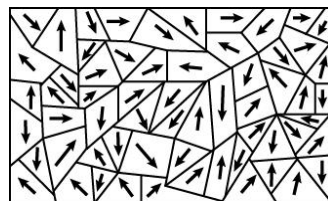


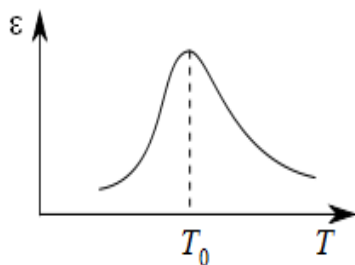
Рис. 1.4



диэлектрическая проницаемость уменьшается с ростом температуры и, начиная с некоторой температуры, которая обычно на 5-10 градусов выше температуры Кюри, приблизительно описывается формулой, выражающей **закон Кюри-Вейса**:

$$\varepsilon = \frac{A}{T - T_0}, \quad (1.2)$$

где  $A$  – постоянная Кюри - Вейса;  $T_0$  - температура Кюри – Вейса.  $T_0$  совпадает с температурой Кюри  $T_K$  в случае фазовых переходов второго рода, характеризующихся поглощением или выделением теплоты при постоянной энтропии и скачкообразным изменением теплоемкости кристалла.  $T_0$  ниже  $T_K$  для фазовых переходов первого рода.



## § 1.2. Магнитное поле в вакууме. Индукция магнитного поля

Как известно, между неподвижными электрическими зарядами действуют силы, определяемые законом Кулона. Действие зарядов друг на друга передаётся через пространство с конечной скоростью посредством электрического поля.

В начале XIX века было обнаружено, что взаимодействуют между собой и движущиеся заряды, т. е. электрические токи, причём параллельные токи притягиваются, а антипараллельные – отталкиваются. Оказалось, что действие одного тока на другой также передаётся через пространство с конечной скоростью. Сила магнитного взаимодействия по своей природе отличается от кулоновской. Носителем этого взаимодействия является особый вид материи, называемый **магнитным полем**. Само же взаимодействие называется **магнитным взаимодействием**.

Любой движущийся заряд (электрический ток) является источником магнитного поля.

Существование магнитного поля в пространстве обнаруживается по его силовому воздействию на проводник с током (или на магнитную стрелку), внесённый в это пространство.

Для исследования магнитного поля удобнее пользоваться **пробным током**. Пробный ток – это замкнутый плоский контур с током (рамка с током), размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, создающих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением положительной нормали к плоскости контура. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с током **правилом правого винта: если винт с правой нарезкой расположить перпендикулярно плоскости пробного тока и вращать его головку в направлении тока, то поступательное движение винта даст направление положительной нормали** (рис. 1.6).

Внеся пробный контур в магнитное поле, обнаруживаем, что поле оказывает на контур ориентирующее действие, устанавливая его положительной нормалью в определённом направлении. Примем это направление за направление поля в данной точке. За направление магнитного поля может быть также принято направление силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки, помещённой в данную точку. На северный и южный полюсы магнитной стрелки действуют две равные по величине и противоположно направленные силы. Эта пара сил поворачивает магнитную стрелку так, что её ось, соединяющая южный полюс с северным, совпадает с направлением поля.

Рамка с током может быть использована и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие магнитного поля, то на неё действует вращающий момент сил  $\vec{M}$ , который зависит:

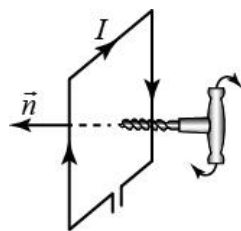


Рис. 1.6

- 1) от того места поля, куда контур введён;
- 2) от силы тока  $I$  и площади контура  $S$ ;
- 3) от положения контура.

При изменении ориентации контура вращающий момент может изменяться от нуля до некоторого максимального значения:

$$M_{\max} = BIS, \quad (1.3)$$

где  $B$  - коэффициент пропорциональности. Величина, равная произведению  $IS$ , называется **магнитным моментом** контура с током:

$$p_m = IS.$$

Тогда

$$M_{\max} = p_m B. \quad (1.4)$$

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них будут действовать различные вращающие моменты, однако отношение  $M_{\max} / p_m$  для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}. \quad (1.5)$$

Величина  $B$  называется **индукцией магнитного поля** (или **магнитной индукцией**). Это векторная величина.

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. Единицей магнитной индукции в СИ является **тесла** (Тл).

Магнитная индукция  $B$  может быть определена, используя выражение для силы Ампера

$$F = BIl \sin \alpha, \quad (1.6)$$

или из выражения для силы Лоренца

$$F = qvB \sin \alpha. \quad (1.6, a)$$

Магнитное поле так же, как и электрическое, можно изобразить графически с помощью линий магнитной индукции, касательные к которым в любой точке совпадают по направлению с вектором  $\vec{B}$ . Количество линий, пронизывающих единицу площади поверхности, расположенную нормально, выбирается так, чтобы оно было численно равно значению индукции  $\vec{B}$  в том месте, где находится площадку. Тогда по картине линий  $\vec{B}$  можно судить о направлении и величине индукции магнитного поля в различных точках пространства.

Линии магнитной индукции в отличие от силовых линий электрического поля являются линиями замкнутыми. Поля, обладающие таким свойством, называются **вихревыми**. Следовательно, магнитное поле является вихревым полем (электростатическое поле является потенциальным).

Если вектор индукции магнитного поля имеет одно и то же значение и направление во всех точках пространства ( $\vec{B} = \text{const}$ ), то поле называется **однородным**.

Скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi = (\vec{B}d\vec{S}) = B dS \cos \alpha = B_n dS, \quad (1.7)$$

называется потоком вектора магнитной индукции (**магнитным потоком**) через площадку  $dS$ .

В формуле (1.7)  $B_n = B \cos \alpha$  - проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к площадке ( $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$ );  $d\vec{S} = dS\vec{n}$  - вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением положительной нормали  $\vec{n}$  к площадке. Единицей потока в СИ является **вебер** (Вб):  $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$ .

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору  $\vec{B}$ ,

$$B_n = B = \text{const} \quad \text{и} \quad \Phi_B = BS. \quad (1.8)$$

При изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, в контуре

возникает э.д.с. индукции. Это явление получило название **электромагнитной индукции**. Согласно закону Фарадея, э.д.с. электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.9)$$

Явление электромагнитной индукции применяется для определения физических величин. К примеру, для измерения магнитной индукции соленоида с помощью осциллографа (см. лабораторную работу №12).

### § 1.3. Закон Био – Савара – Лапласа

В 1920 г. французские ученые Ж. Био и Ф. Савар исследовали магнитные поля, создаваемые в воздухе токами, текущими по проводникам различной конфигурации. Они установили, что индукция  $\vec{B}$  магнитного поля проводника с током в данной точке пропорциональна силе тока  $I$ , зависит от формы и размеров проводника и от расположения этой точки по отношению к проводнику с током. При анализе полученных экспериментальных данных было установлено, что в соответствии с принципом суперпозиции, индукция магнитного поля  $\vec{B}$  любого проводника с током может быть вычислена как векторная сумма (суперпозиция) индукций магнитных полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока. Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длины  $dl$ , Лаплас получил формулу, которая в рационализованной форме имеет вид:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1.10)$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость среды (для воздуха  $\mu = 1$ );

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнитная постоянная;  $I$  – сила тока;  $d\vec{l}$  – вектор, численно равный длине  $dl$  элемента проводника и совпадающий по направлению с электрическим током в нем;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой определяется  $d\vec{B}$ ;  $r$  – модуль этого вектора.

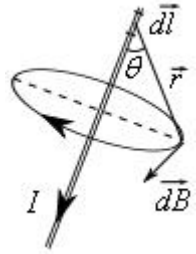


Рис. 1.7

Соотношение (1.10) носит название **закона Био – Савара – Лапласа**. Из формулы (1.10) следует, что вектор магнитной индукции  $d\vec{B}$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

Направление  $d\vec{B}$  определяется правилом правого винта (рис. 1.7).

Для модуля  $dB$  закон Био – Савара – Лапласа запишется в виде

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}, \quad (1.11)$$

где  $\theta$  – угол между  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

Найдём индукцию магнитного поля в центре кругового витка радиусом  $R$ , по которому протекает ток  $I$  (рис.1.8). По закону Био – Савара – Лапласа индукция  $dB$  поля, создаваемого в точке  $O$  элементом  $dl$  витка с током, определяется по формуле (1.11).

В рассматриваемом случае радиус-вектор  $\vec{r}$  перпендикулярен элементу тока  $d\vec{l}$ , а по модулю равен радиусу витка, так что  $\sin \theta = 1$  и  $r = R$ . Поэтому

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}. \quad (1.12)$$

Так как все векторы  $d\vec{B}$  магнитных полей, создаваемых в точке  $O$  различными участками  $d\vec{l}$  кругового витка с током, на-

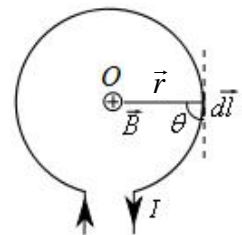


Рис. 1.8

правлены перпендикулярно плоскости чертежа «от нас», то их векторная сумма равна сумме арифметической, т.е.

$$B = \int_0^{2\pi R} dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} dl. \quad (1.13)$$

Таким образом, индукция магнитного поля в центре кругового витка с током имеет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (1.14)$$

Индукция магнитного поля в центре катушки, состоящей из  $N$  витков, плотно прилегающих друг к другу, равна

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}. \quad (1.15)$$

#### § 1.4. Закон полного тока. Магнитное поле соленоида

Циркуляцией вектора  $\vec{B}$  по заданному замкнутому контуру называется интеграл

$$\oint_{(l)} (\vec{B} d\vec{l}) = \int_{(l)} B_l dl, \quad (1.16)$$

где  $d\vec{l}$  – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура,  $B_l = B \cdot \cos \alpha$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на направление касательной к контуру,  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ .

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ):

**Циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру  $(l)$  равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:**

$$\oint_{(l)} (\vec{B} d\vec{l}) = \oint_{(l)} B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k . \quad (1.17)$$

Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода контура правилом правого винта; ток противоположного направления считается отрицательным. Рассчитаем индукцию магнитного поля соленоида (цилиндрической катушки с большим числом витков, намотанных вплотную друг к другу), применяя теорему о циркуляции вектора  $\vec{B}$ . Рассмотрим соленоид длиной  $l$ , имеющий  $N$  витков, по которому течет ток  $I$  (рис. 1.9).

Длину соленоида считаем во много раз большей, чем диаметр его витков, т.е. рассматриваемый соленоид бесконечно длинный. Для нахождения магнитной индукции  $\vec{B}$  выберем замкнутый контур  $AMNKA$ . Циркуляция  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $AMNKA$ , охватывающему все  $N$  витков, согласно (1.17) равна:

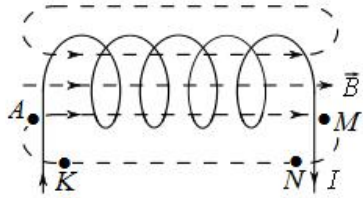


Рис. 1.9

$$\oint_{AMNKA} B_l dl = \mu_0 NI .$$

Интеграл по  $AMNKA$  можно представить в виде суммы двух интегралов: вне соленоида (интеграл вне соленоида равен нулю, т.к.  $B = 0$ ) и внутри соленоида на участке  $AM$ :

$$\oint_{AMNKA} B_l dl = \int_{MNKA} B_l dl + \int_{AM} B_l dl = Bl .$$

Таким образом,  $Bl = \mu_0 NI$  и тогда индукция магнитного поля внутри соленоида  $B = \mu_0 \frac{N}{l} I$ , или

$$B = \mu_0 n I , \quad (1.18)$$

где  $n = \frac{N}{l}$  – число витков на единице длины соленоида.



Для соленоида конечной длины выражение для магнитной индукции имеет вид

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (1.19)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы, которые образуют с осью соленоида радиус-векторы  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ , проведенные из точки наблюдения  $A$  к крайним виткам соленоида (рис. 1.10).

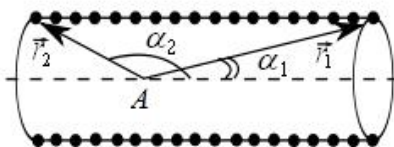


Рис. 1.10

### § 1.5. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие. Следовательно, вращающий момент есть результат воздействия сил на отдельные ее элементы.

Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что сила  $d\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на элемент проводника с током  $dl$ , прямо пропорциональна силе тока  $I$  в проводнике, длине проводника и

$$dF = IBdl \sin \alpha, \quad (1.20)$$

где  $\alpha$  – угол между направлением тока и вектором  $\vec{B}$ . В векторной форме (1.20) имеет вид:

$$d\vec{F} = I [\vec{dl}, \vec{B}]. \quad (1.21)$$

Направление силы  $d\vec{F}$  может быть определено с помощью правила левой руки. Соотношение (1.21) выражает закон Ампера:

**Сила действующая в магнитном поле на элемент проводника с током, равна силе тока, умноженной на векторное произведение длины этого элемента на индукцию магнитного поля.**

Поскольку электрический ток представляет собой упорядоченное движение свободных носителей электрического заряда, то действие магнитного поля на проводник с током является результатом действия поля на заряженные частицы, движущиеся внутри проводника.

Сила, действующая на электрический заряд, движущийся в магнитном поле, называется **силой Лоренца**. Математическое выражение для этой силы можно получить из формулы (1.20), представляя произведение  $Idl$  в виде:

$$Idl = jSdl = qnv dV = qv dN, \quad (1.22)$$

где  $j$  – плотность тока,  $S$  – площадь поперечного сечения проводника,  $n$  – концентрация заряженных частиц,  $dN$  – число частиц в объеме  $dV = Sdl$ ,  $q$  – заряд одной частицы.

Подставляя (1.22) в (1.20), получим выражение для силы, действующей на  $dN$  частиц:

$$dF = qvBdN \sin \alpha,$$

откуда сила Лоренца

$$F_L = \frac{dF}{dN} = qvB \sin \alpha$$

или в векторном виде:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (1.23)$$

Выражение для силы Лоренца позволяет найти ряд закономерностей движения заряженных частиц в магнитном поле, которые являются основой действия электронного микроскопа, масс-спектрографа, ускорителя заряженных частиц, магнетрона и т.д.

Если заряженная частица массой  $m$  и зарядом  $q$  движется в магнитном поле со скоростью  $\vec{V}$ , перпендикулярной вектору  $\vec{B}$ , то сила Лоренца

$$F = |q|vB \quad (1.23, a)$$

постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила является центростремительной:

$$F_u = \frac{mV^2}{r}, \quad (1.24)$$

где  $r$  – радиус кривизны траектории частицы. Приравнивая (1.23, а) и (1.24), получим

$$|q|vB = \frac{mV^2}{r}. \quad (1.25)$$

Из выражения (1.25) могут быть определены: радиус кривизны траектории частицы

$$r = \frac{mV}{|q|B}; \quad (1.26)$$

период вращения частицы

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}; \quad (1.27)$$

удельный заряд частицы (отношение заряда частицы к её массе)

$$\frac{|q|}{m} = \frac{v}{rB}. \quad (1.28)$$

Если в качестве заряженной частицы выступает электрон, т.е.  $q = e$ , тогда для удельного заряда электрона получим выражение

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{rB}. \quad (1.28,a)$$

## § 1.6. Магнитное поле в веществе

Исследования показывают, что всякое вещество, будучи помещенным в магнитное поле, в той или иной степени изменяет его. Это явление обусловлено тем, что под влиянием внешнего магнитного поля все вещества способны намагничиваться, то есть создавать собственное (внутреннее) магнитное поле. Поэтому все вещества с точки зрения магнитных свойств являются **магнетиками**. В зависимости от степени

влияния на внешнее магнитное поле магнетики подразделяются на **диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики**.

Если индукция внешнего поля равна  $\vec{B}_0$ , а индукция собственного магнитного поля магнетика равна  $\vec{B}'$ , то векторная сумма  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$  называется вектором магнитной индукции внутри магнетика.

Для диамагнетиков  $\vec{B}'$  и  $\vec{B}_0$  противоположны по направлению, для парамагнетиков  $\vec{B}'$  и  $\vec{B}_0$  совпадают по направлению, для них  $\vec{B}'$  значительно меньше внешнего поля  $\vec{B}_0$ . В ферромагнетиках внутреннее поле  $\vec{B}'$  в десятки и сотни тысяч раз превышает внешнее поле  $\vec{B}_0$ .

Для объяснения намагничивания тел Ампер выдвинул гипотезу, что в молекулах вещества циркулируют круговые (молекулярные) токи. Каждый такой ток обладает магнитным моментом  $\vec{p}_m$  и создает в окружающем пространстве магнитное поле. В отсутствие внешнего поля молекулярные токи ориентированы беспорядочным образом, вследствие чего обусловленное ими результирующее поле равно нулю. В силу хаотической ориентации магнитных моментов отдельных молекул суммарный магнитный момент тела также равен нулю:

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi} = 0.$$

Под действием внешнего поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, поэтому магнетик намагничивается – его суммарный момент становится отличным от нуля ( $\sum_i \vec{p}_{mi} \neq 0$ ). Так образуется внутреннее магнитное поле.

Количественной характеристикой намагничивания веществ является векторная физическая величина, называемая **намагниченностью** (или **вектором намагничения**).

Намагниченность вещества численно равна магнитному моменту единицы объёма вещества:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{P}_{mi},$$

где  $\vec{P}_{mi}$  – магнитный момент  $i$ -ого атома. Единицей в СИ является ампер на метр (А/м).

Для описания полей в магнетиках удобно пользоваться **напряженностью магнитного поля**.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (1.29)$$

Из формулы (1.29) следует, что

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}). \quad (1.30)$$

Опыты показывают, что намагниченность  $\vec{J}$  в несильных полях прямо пропорциональна напряженности  $\vec{H}$ , т.е.

$$\vec{J} = \kappa \vec{H}, \quad (1.31)$$

где коэффициент пропорциональности  $\kappa$  называется **магнитной восприимчивостью** вещества.

Подставляя (1.31) в (1.30), получаем

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \kappa)\vec{H}. \quad (1.32)$$

Безразмерная величина  $\mu = 1 + \kappa$  называется **относительной магнитной проницаемостью**, или просто **магнитной проницаемостью** вещества.

Формула (1.32), определяющая связь между  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ , примет вид

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \quad (1.33)$$

Из формулы (1.33) следует, что напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  есть вектор, имеющий то же направление, что и вектор  $\vec{B}$ , но в  $\mu\mu_0$  раз меньший по модулю.

Для вакуума  $\mu = 1$ , поэтому индукция магнитного поля в вакууме равна

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H},$$

а в веществе

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (1.34)$$

Таким образом,  $\mu$  показывает, во сколько раз индукция суммарного поля в веществе отличается от индукции магнитного поля в вакууме.

Для диамагнетиков магнитная восприимчивость  $\kappa < 0$  и магнитная проницаемость  $\mu < 1$ , для парамагнетиков  $\kappa > 0$  и  $\mu > 1$ .

Для ферромагнетиков  $\mu$  не является постоянной величиной, а сложным образом зависит от напряженности поля  $\vec{H}$  (рис. 1.11) и может принимать значения  $\mu \gg 1$ .

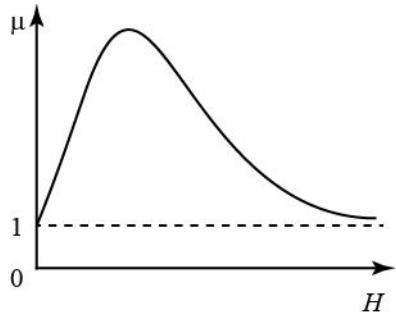


Рис. 1.11

Ферромагнетикам свойственно также явление **гистерезиса**. Оно заключается в том, что магнитная индукция в веществе  $\vec{B}$  зависит не только от значения  $\vec{H}$  в данный момент, но и от того, каким было  $\vec{H}$  раньше, т.е.  $\mu$  является многозначной функцией  $\vec{H}$ . Если ненамагниченный ферромагнетик поместить в среду, магнитное поле в которой постепенно будет увеличиваться начиная от нуля, то зависимость  $\vec{B} = f(\vec{H})$  описывается кривой *Oa* (рис. 1.12), называемой **основной кривой намагничивания**. Одновременно при увеличении напряженности магнитного поля, вектор намагничивания достигает максимального значения, что соответствует состоянию максимальной ориентации магнитных моментов атомов (молекул), называемому состоянием **насыщения** ферромагнетика.

При уменьшении напряженности намагничивающего поля кривая намагничивания не совпадает с *aO*, а следует по кри-

вой  $ab$  и при  $\vec{H} = 0$  ферромагнетик оказывается неразмагниченным – в нем существует **остаточная намагниченность** и **остаточная индукция**  $|\vec{B}_{ост}| = Ob$ . Для полного размагничивания образца необходимо приложить магнитное поле обратного направления. Напряженность размагничивающего поля  $|\vec{H}_к| = Oc$ , при которой магнитная индукция ферромагнитного тела  $\vec{B} = 0$  становится равной нулю, называется **коэрцитивной (задерживающей) силой** данного ферромагнитного тела. Остаточная индукция и коэрцитивная сила являются характеристиками данного ферромагнетика.

При дальнейшем увеличении обратного магнитного поля вновь достигается насыщение (точка  $d$ ). Если  $\vec{H}$  уменьшить от значения  $|\vec{H}| = Od'$  до нуля, то вещество обладает остаточной намагниченностью с индукцией  $-B_{ост} = Oe$ , и для полного размагничивания необходима напряженность  $H_к = Of$ . При дальнейшем увеличении внешнего магнитного поля до значения  $H_{нас} = Oa'$  вновь достигается насыщение (рис. 1.12).

Явление отставания изменений намагничивания ферромагнитного вещества от изменения внешнего магнитного поля, в котором находится вещество, называется **магнитным гистерезисом**.

Кривая зависимости магнитной индукции ферромагнитного тела от напряженности переменного намагничивающего поля – кривая  $abcdefa$  (рис. 1.12), называется **петлей гистерезиса**.

Если намагничивание образца не доводить до насыщения, а цикли-

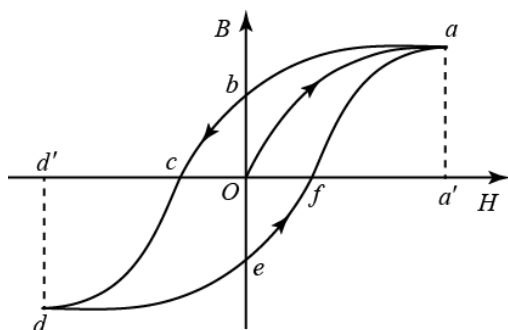


Рис. 1.12

чески изменять напряженность поля описанным выше способом, то можно получить семейство петель гистерезиса, вершины которых будут лежать на основной кривой намагничивания. Этим можно воспользоваться для построения основной кривой намагничивания, если координаты ее точек находить как координаты вершин семейства петель гистерезиса.

Естественно возникает вопрос: чем определяется существование такого разнообразия магнитных свойств веществ?

Оказалось, что разнообразие магнитных свойств веществ определяется различиями магнитных свойств атомов и молекул, образующих эти вещества, и различием характера взаимодействия между ними.

Согласно современным представлениям, каждый атом состоит из ядра и электронной оболочки. Движущиеся вокруг ядра электроны образуют круговые (орбитальные) токи. Каждому орбитальному току соответствует определенный магнитный момент, называемый **орбитальным** магнитным моментом  $\vec{p}_{ml}$ . Кроме того, электроны обладают **собственным, или спиновым, магнитным моментом**  $\vec{p}_{ms}$ . Собственным магнитным моментом обладает также ядро атома, состоящее из протонов и нейтронов  $\vec{p}_я$ .

Геометрическая сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов и собственного магнитного момента ядра образует магнитный момент атома вещества.

$$\vec{P}_a = \sum_i \vec{p}_{ml,i} + \sum_i \vec{p}_{ms,i} + \vec{p}_я. \quad (1.35)$$

Поскольку магнитный момент ядра невелик и его влияние на намагничивание тела незначительно, то им можно пренебречь.

**Диамagnetиками** называются вещества, у которых атомы или молекулы в отсутствие внешнего поля не обладают магнитным моментом, т.е.

$$\vec{P}_a = \sum_i \vec{p}_{ml,i} + \sum_i \vec{p}_{ms,i} = 0. \quad (1.36)$$



При внесении диамагнитного вещества в магнитное поле в каждом его атоме (молекуле) индуцируется некоторый дополнительный атомный (молекулярный) ток  $I_i$  с магнитным моментом  $\Delta\vec{P}_{ml}$ . Согласно правилу Ленца, индукционный ток  $I_i$ , а значит, и вектор  $\Delta\vec{P}_{ml}$  должны иметь такое направление, чтобы магнитное поле, созданное наведенными во всех атомах токами, было противоположно намагничивающему внешнему полю. Суммарное магнитное поле, созданное наведенными токами, и является собственным (внутренним) магнитным полем  $\vec{B}'$ . Вектор  $\vec{B}'$  ориентирован противоположно вектору индукции  $\vec{B}_0$  внешнего магнитного поля.

Явление возникновения в магнетике, помещенном во внешнее магнитное поле, намагниченности, ориентированной противоположно внешнему полю, называется **диамагнетизмом**.

Диамагнетизм является универсальным свойством всех веществ, так как в атомах (молекулах) любых веществ, помещенных в магнитное поле, наводятся индукционные токи. Но диамагнетизм является очень слабым эффектом. Поэтому диамагнитные свойства обнаруживаются только у тех веществ, у которых эти свойства являются единственными и не маскируются другими, более сильными магнитными свойствами. К ним относятся инертные газы, органические соединения, некоторые металлы (*Bi, Cu, Au, Ag, Hg*) и др.

**Парамагнетиками** являются те вещества, атомы (молекулы) которых обладают магнитным моментом в отсутствие внешнего поля.

$$\vec{P}_a = \sum_i \vec{p}_{ml,i} \neq 0. \quad (1.37)$$

Величины магнитных моментов атомов парамагнетика зависят от строения атомов, являются постоянными для данного вещества и не зависят от внешнего магнитного поля. Если внешнее магнитное поле отсутствует, то благодаря тепловому

движению магнитные моменты атомов расположены беспорядочно и поэтому парамагнетик в целом не обнаруживает магнитных свойств. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле атомы (молекулы) поворачиваются так, что их магнитные моменты устанавливаются преимущественно в направлении поля. В результате парамагнетик намагничивается ( $\sum \vec{P}_a \neq 0$ ) и создает собственное поле  $\vec{B}'$ , всегда совпадающее по направлению с внешним полем  $\vec{B}_0$  и поэтому усиливающее его. При повышении температуры парамагнетика в нём усиливается хаотическое движение атомов (молекул), которое препятствует ориентации магнитных моментов атомов (молекул) и уменьшает намагничивание вещества.

Таким образом, **парамагнетизмом** называется явление возникновения в магнетике, помещённом во внешнее магнитное поле, намагниченности, ориентированной вдоль поля.

К парамагнетикам относятся стекло, кислород, металлы *Na, K, Cs, Rb, Mg, Al*, растворы солей железа и др.

**Ферромагнетиками** являются кристаллические тела, в которых имеются небольшие области спонтанной намагниченности.

К ферромагнетикам относятся *Fe, Ni, Co, Gd*, сплавы и соединения этих элементов.

Механизм намагничивания ферромагнетиков получил объяснение в квантовой механике. Теория показывает, что между атомами ферромагнетика действуют так называемые **обменные силы**, которые заставляют спиновые магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. В результате внутри ферромагнетика возникают небольшие области ( $10^{-5} - 10^{-6} \text{ м}$ ) спонтанного (самопроизвольного) намагничивания, которые называются **доменами**. В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен самопроизвольно до насыщения и, следовательно, каждый домен обладает определённым магнитным моментом. Так как ориентация магнитных моментов отдельных доменов различна, то в отсутствие

внешнего поля ферромагнетик в целом размагничен. При включении внешнего поля сначала увеличиваются размеры тех доменов, которые намагничены преимущественно в направлении внешнего поля (за счет уменьшения остальных доменов), а затем, при дальнейшем возрастании поля происходит ориентация магнитных моментов всех доменов в направлении внешнего магнитного поля (достигается насыщение). При этом магнитные моменты электронов в пределах домена поворачиваются одновременно без нарушений их строгой параллельности друг другу. Теория доменов полностью объясняет все закономерности намагничивания ферромагнетика.

## Лабораторная работа № 10

### Поляризация диэлектриков в переменном электрическом поле. Изучение температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика

**Цель работы:** ознакомление с особенностями деформационной и ориентационной поляризации диэлектриков в переменном электрическом поле, измерение диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика в диапазоне температур  $(20-250)^{\circ}\text{C}$ , определение температуры Кюри и постоянной Кюри – Вейса.

**Приборы и принадлежности:** образец титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ), нагреватель, прибор для измерения электроёмкости, прибор для измерения температуры.

**Теория:** §1.1 и §§15.1 - 15.3 [1].

### Описание установки и метода измерений

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.13. Образец титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ), представляющий со-



Рис. 1.13

бой прямоугольный параллелепипед, помещён в электрическую печь. Каждая из боковых граней образца, площадь, которой  $S$ , покрыта тонким слоем серебра. Слои серебра создают надёжный электрический контакт и являются "пластинами" конденсатора, заполненного исследуемым сегнетоэлектриком. Толщина образца, т.е. расстояние между пластинами, равна  $d$ . Измерив ёмкость такого конденсатора, можно вычислить диэлектрическую проницаемость исследуемого образца по формуле

$$\varepsilon = \frac{Cd}{\varepsilon_0 S}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$  — электрическая постоянная.

Термоэлемент типа СТ1-19 и прибор типа М285К или М24 служат для измерения температуры, а электронный мост и прибор типа М285 — для измерения ёмкости.

Из формулы 1.2 (§1.1) получаем

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{A} T - \frac{T_0}{A}.$$

Из этого выражения видно, что график зависимости  $1/\varepsilon = f(T)$  является прямой линией, которая пересекает ось абсцисс в точке  $T = T_0$ , её тангенс угла наклона равен

$$\text{tg} \alpha = \frac{\Delta(1/\varepsilon)}{\Delta T} = \frac{1}{A}. \quad (2)$$

Таким образом, из графика зависимости  $1/\varepsilon = f(T)$  может быть определена и температура Кюри  $T_0$ , и постоянная Кюри-Вейса  $A$ .

### Измерения. Обработка результатов измерений

1. Измерить начальную температуру и емкость образца при этой температуре.
2. Включить печь и приступить к измерениям. При этом важно одновременно и быстро измерять температуру и ёмкость.

Из рис.1.5 видно, что емкость на начальном участке слабо возрастает с увеличением температуры. На этом участке ёмкость измерять через каждые  $10^\circ\text{C}$ . Когда наблюдается резкое возрастание ёмкости, измерения производить через каждые  $3-5^\circ\text{C}$ . Измерения производить до  $250^\circ\text{C}$ . По достижении этой температуры отключить нагреватель и включить вентилятор для охлаждения образца. Результаты измерений внести в таблицу.

3. Вычислить диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  по формуле (1) (величины  $d$  и  $S$  указаны на рабочем столе) и величину  $1/\varepsilon$ . Результаты вычислений занести в таблицу.
4. Построить график зависимости величины  $1/\varepsilon$  от температуры. Из формулы (1.2) следует, что в области температур  $T > T_0$  на зависимости  $1/\varepsilon = f(T)$  должен наблюдаться линейный участок (рис. 1.14).
5. Определить из графика значение температуры Кюри  $T_K = T_0$ .
6. Используя формулу (2), вычислить постоянную Кюри-Вейса.

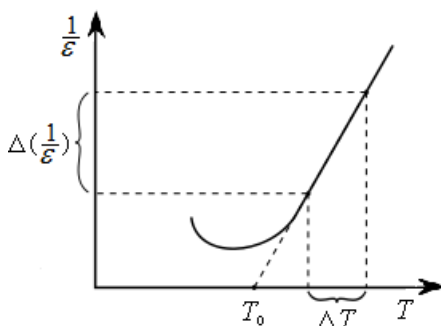


Рис. 1.14

## Контрольные вопросы

1. Какие вещества называются диэлектриками?
2. В чём состоит явление поляризации и какая величина является количественной характеристикой этого явления?
3. Какие диэлектрики называются полярными, неполярными?
4. Объясните механизм деформационной поляризации. В каких диэлектриках он осуществляется?
5. Охарактеризуйте механизм ориентационной поляризации.
6. Что называется диэлектрической проницаемостью среды?
7. Какие процессы обуславливают поляризацию диэлектрика, помещённого в переменное электрическое поле?
8. Объясните график зависимости диэлектрической проницаемости от частоты.
9. Что представляют собой сегнетоэлектрики и каков механизм их поляризации?
10. Объясните график зависимости диэлектрической проницаемости титаната бария от температуры. Что происходит с сегнетоэлектриком при критической температуре  $T_K$  ?

## Лабораторная работа № 11

### Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

**Цель работы:** изучение элементов земного магнетизма, определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли тангенс-гальванометром.

**Приборы и принадлежности:** тангенс–гальванометр, амперметр, реостат, источник постоянного тока, переключатель, ключ, соединительные провода.

**Теория:** §1.2, §1.3 и §21.1, §22.1 [1].

## Описание установки и метода измерений

Земля в целом представляет собой огромный шаровой магнит. В любой точке пространства, окружающего Землю, и на ее поверхности обнаруживается действие магнитных сил. Значит, в пространстве, окружающем Землю, существует магнитное поле, линии индукции которого изображены на рис. 1.15.

Существование магнитного поля в любой точке Земли можно установить с помощью магнитной стрелки. Если подвесить магнитную стрелку на нити  $l$  (рис. 1.16) так, чтобы точка подвеса совпала с центром тяжести стрелки, то стрелка установится по направлению касательной к линии индукции, т.е. по направлению вектора  $\vec{B}$  магнитного поля Земли.

В северном полушарии северный конец стрелки наклонен к Земле, и стрелка составляет с горизонтом угол  $\beta$ , называемый **углом магнитного наклона**. Вертикальная плоскость, в которой располагается стрелка, называется **плоскостью геомагнитного меридиана**.

Все плоскости геомагнитных меридианов пересекаются по прямой  $NS$ . Так как геомагнитные полюсы не совпадают с географическими, то стрелка будет отклонена от географического меридиана.

Угол между геомагнитным и географическим меридианами называется **магнитным отклонением**  $\alpha$  в данном месте. Вектор  $\vec{B}$  индукции магнитного поля Земли можно разложить



Рис. 1.15

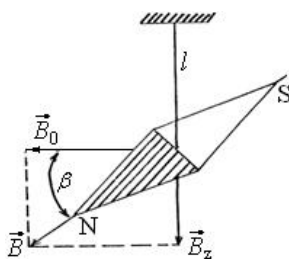


Рис. 1.16

на две составляющие: горизонтальную  $\vec{B}_0$  и вертикальную  $\vec{B}_z$ . Значения углов отклонения и наклона, а также горизонтальной составляющей  $\vec{B}_0$ , дают возможность определить величину и направление индукции магнитного поля Земли в данной точке. Если магнитная стрелка может свободно вращаться лишь вокруг вертикальной оси, то она будет устанавливаться под действием горизонтальной составляющей магнитного поля Земли в плоскости геомагнитного меридиана. Горизонтальная составляющая  $\vec{B}_0$ , магнитное отклонение  $\alpha$  и наклонение  $\beta$  называются **элементами земного магнетизма**.

Изучение магнитного поля Земли – геомагнетизма – имеет чрезвычайно важное практическое и научное значение. В настоящее время нашли широкое практическое применение геомагнитные методы поисков и исследований месторождений железной руды.

Для измерения горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли воспользуемся прибором, называемым **тангенс – бусолью**, или **тангенс – гальванометром (ТГ)**.

Тангенс – гальванометр представляет собой плоскую, вертикально расположенную катушку радиусом  $R$  с некоторым числом витков  $N$ . В центре катушки помещена маленькая магнитная стрелка, свободно вращающаяся вокруг вертикальной оси.

При отсутствии тока в обмотке ТГ стрелка устанавливается в плоскости магнитного меридиана Земли. Поворотом катушки вокруг вертикальной оси можно добиться совмещения её плоскости с плоскостью геомагнитного меридиана. Если по катушке пропустить ток, то возникает магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости катушки. На стрелку при этом действуют два взаимно перпендикулярных магнитных поля: магнитное поле тока  $B$  и горизонтальная составляющая

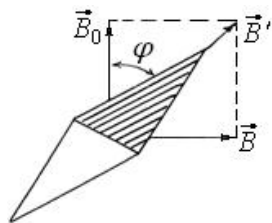


Рис. 1.17



магнитного поля Земли (рис. 1.17). В результате стрелка отклоняется на некоторый угол  $\varphi$ , т.е. устанавливается по направлению равнодействующей  $\vec{B}'$ . Из рисунка видно, что  $B_0 = \frac{B}{\operatorname{tg} \varphi}$ , или с учетом (1.15)

$$B_0 = \frac{\mu_0 NI}{2R \operatorname{tg} \varphi}. \quad (1)$$

### Измерения. Обработка результатов измерений

1. Собрать измерительную схему по рис. 1.18.
2. Расположить плоскость катушки тангенс – гальванометра в плоскости магнитного меридиана Земли. Для этого освободить винт, жестко скрепляющий катушку с основанием, и осторожно вращая катушку вокруг вертикальной оси, добиться совпадений плоскости катушки с установившимся направлением свободной магнитной стрелки. При этом один конец стрелки должен совпадать с нулем шкалы.
3. После проверки схемы преподавателем включить напряжение. С помощью реостата  $R$  установить силу тока  $I$  в цепи, при которой угол отклонения стрелки будет порядка  $45^\circ$ .
4. Измерить угол отклонения стрелки  $\varphi_1$ .
5. Не меняя величины тока, переключателем  $\Pi$  изменить его направление. При этом направление вектора также изменится на противоположное и стрелка повернется в противоположном направлении на угол  $\varphi_2$ .
6. Повторить опыт для других значений силы тока. Для каждого значения силы тока измерения провести 3 раза.

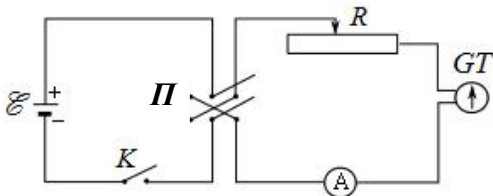


Рис. 1.18

7. Вычислить  $\varphi_{cp} = \frac{\varphi_1 + |\varphi_2|}{2}$  и  $tg \varphi_{cp}$ , затем по формуле (1) вычислить горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли.
8. Результаты измерений и вычислений записать в таблицу.
9. Вычислить погрешность для  $B_0$ .

### Контрольные вопросы

1. Какими элементами характеризуется земной магнетизм?
2. Как устанавливается магнитная стрелка в магнитном поле Земли ?
3. Что называется индукцией магнитного поля ?
4. Сформулируйте закон Био – Савара – Лапласа. Как определить направление  $d\vec{B}$  ?
5. Выведите формулу (1.15).
6. Объясните устройство и принцип действия тангенс – гальванометра.
7. Выведите формулу (1).
8. Выведите формулу для вычисления погрешности  $B_0$ .
9. Показать, что минимальная относительная погрешность для горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли соответствует углу отклонения магнитной стрелки от магнитного меридиана, равному  $45^0$ .

### Лабораторная работа № 12

#### Исследование магнитного поля соленоида

**Цель работы:** экспериментальное изучение распределения магнитного поля вдоль оси соленоида при помощи осциллографа.

**Приборы и принадлежности:** соленоид, электронный осциллограф, измерительная катушка, источник тока, соединительные провода.

**Теория:** §1.2, §1.4, §1,6 и §§22.2, 22.3 из [1].

### Описание установки и метода измерений

В основе метода исследования магнитного поля соленоида лежит явление **электромагнитной индукции**. Известно, что любой электрический ток создает вокруг себя магнитное поле. Существует и обратное явление: магнитное поле порождает электрический ток.

Индукционный ток появляется в проводнике, движущемся в магнитном поле. Но индукционный ток, обусловленный появлением электродвижущей силы (э.д.с.) индукции, возникает и в неподвижном проводнике, внесённом в изменяющееся магнитное поле. Для возбуждения э.д.с. индукции существенно изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром проводника, а не способ его изменения: перемещением контура в постоянном магнитном поле или изменением магнитного поля внутри неподвижного контура. Согласно закону Фарадея,

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\Phi$  – магнитный поток, пронизывающий поверхность, ограниченную замкнутым контуром. Знак минус соответствует закону сохранения энергии и выражает **правило Ленца**:

**индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что возбуждаемое им поле препятствует изменению магнитного поля, вызвавшего этот индукционный ток.**

В данной лабораторной работе через соленоид течет переменный электрический ток, создающий переменное магнитное поле. В качестве измерительной катушки используется катушка небольших размеров, которая может перемещаться внутри соленоида вдоль его оси. Следовательно, если в изменяющееся магнитное поле соленоида ввести измерительную катушку, в ней будет возбуждаться э.д.с. индукции.

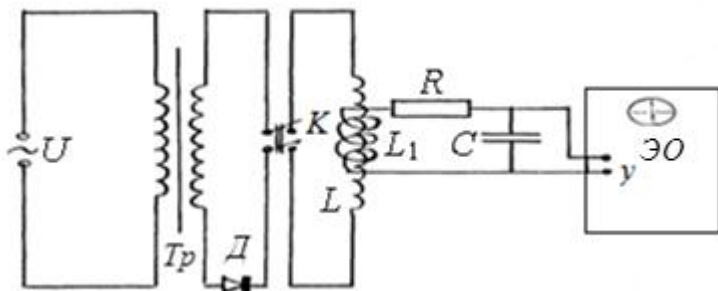


Рис. 1.19

Схема измерительной установки представлена на рис. 1.19:  $L$  – соленоид,  $L_1$  – измерительная катушка, ЭО – электронный осциллограф,  $T_p$  – понижающий трансформатор,  $D$  – диод,  $R$  – омическое сопротивление,  $C$  – емкость,  $K$  – ключ.

Метод измерения индукции магнитного поля  $B$  соленоида с помощью осциллографа состоит в том, что сигнал от измерительной катушки (сигнал снимается с емкости  $C$ ) (рис. 1.19) подают на один из входов электронного осциллографа (ЭО), например, на вход  $y$ , ручку "усиление по оси  $x$ " осциллографа устанавливают на нуль. Вследствие этого электронный луч смещается только по вертикали, образуя полоску длиной  $n_y$ . Величину напряжения сигнала  $U_C$  можно определить, зная величину напряжения  $U_y$ , вызывающего отклонение электронного луча на одно деление в направлении оси  $y$ . Тогда

$$U_C = n_y U_y.$$

По известному значению  $U_C$  можно вычислить соответствующую ему магнитную индукцию по формуле

$$B = kU_C = kn_y U_y, \quad (1)$$

где  $k = \frac{RC}{NS}$  – коэффициент, определяемый параметрами схемы.

Численное значение этого коэффициента указано на рабочем столе.

Зная величину магнитной индукции (1), можно вычислить напряженность магнитного поля по формуле

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0},$$

для воздуха магнитная проницаемость  $\mu = 1$ , следовательно

$$H = \frac{B}{\mu_0}. \quad (2)$$

### Измерения. Обработка результатов измерений

1. Включить питание установки и осциллографа. Установить электронный луч в центре координатной сетки. Ручку “усиление по оси  $x$ ” поставить на нуль.
2. Установить измерительную катушку в положение 0 и подключить её на вход  $y$  усилителя осциллографа. Ручкой “усиление по  $y$ ” установить длину луча  $n_y = 40$  мм. Этому положению ручки усилителя соответствует напряжение  $U_y = 7 \cdot 10^{-5}$  В/мм, вызывающее отклонение луча на 1 мм. Записать значение  $n_y$  в таблицу. Ручку “усиление по  $y$ ” при последующих измерениях не трогать.
3. Установить затем измерительную катушку в положение 10, 20, 30 см и т.д. и для каждого её положения измерить длину луча  $n_y$ .
4. Вычислить индукцию и напряженность магнитного поля соленоида. Значение  $k$  указано на рабочем столе.
5. Построить графики распределения индукции и напряженности магнитного поля вдоль оси соленоида  $B = f(l)$  и  $H = f(l)$ .
6. Вычислить индукцию и энергию магнитного поля внутри соленоида.

## Контрольные вопросы

1. Что называется индукцией магнитного поля? Назовите единицы индукции и напряженности магнитного поля.
2. Что называется магнитным потоком? Назовите единицу магнитного потока в СИ.
3. Сформулируйте закон полного тока для магнитного поля в вакууме.
4. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
5. Сформулируйте закон электромагнитной индукции и правило Ленца.

## Лабораторная работа № 13

### Изучение свойств ферромагнетиков

**Цель работы:** исследование зависимости индукции магнитного поля в ферромагнетике от величины намагничивающего поля и определение рассеяния энергии при перемагничивании.

**Приборы и принадлежности:** тороид из исследуемого вещества, осциллограф, конденсатор, сопротивления, реостат, источник переменного напряжения, соединительные провода.

**Теория:** §§1.2 - 1.4, 1,6 и §24.5 из [1].

### Описание установки и метода измерений

Петлю гистерезиса можно получить на экране осциллографа при помощи установки, схема которой приведена на рис.1.20.

Исследуемый образец выполнен в виде тороида  $T$ , на поверхности которого равномерно намотаны две обмотки  $1$  и  $2$  с числами витков  $N_1$  и  $N_2$  соответственно. Первичная обмотка тороида питается через сопротивление  $R_1$  переменным

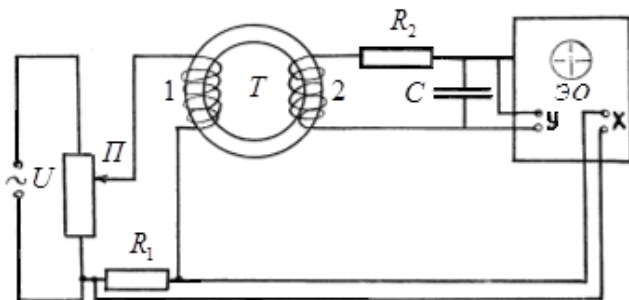


Рис. 1.20

током  $i_1$ . Напряженность намагничивающего поля в тороиде равна

$$H = n_1 i_1, \quad (1)$$

где  $n_1$  – число витков на единицу длины осевой линии тороида для первичной обмотки.

Напряжение на сопротивлении  $R_1$  равно

$$U_1 = i_1 R_1. \quad (2)$$

Используя выражения (1) и (2), получим

$$H = k_1 U_1, \quad (3)$$

где  $k_1 = n_1/R_1$  – коэффициент, зависящий от параметров схемы.

Так как на обмотку 1 подается переменное напряжение, то согласно (1) напряженность магнитного поля в ней будет изменяться с частотой переменного тока в некотором интервале значений  $(-H, +H)$ . Во вторичной обмотке 2, благодаря явлению электромагнитной индукции, возбуждается э.д.с.

$$e_i = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (4)$$

где  $\Phi = BS$  – поток индукции магнитного поля через сечение тороида  $S$ ,  $N_2$  – количество витков вторичной обмотки тороида.

Пренебрегая самоиндукцией вторичной обмотки, из закона Ома получим

$$1_i = i_2 R_2 + U_C, \quad (5)$$

где  $i_2$  – сила тока во вторичной обмотке;  $R_2$  – сопротивление во вторичной цепи;  $U_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int idt$  – напряжение на конденсаторе  $C$ , где  $q$  – заряд на обкладках конденсатора.

Если  $R_2$  и  $C$  так велики, что  $i_2 R_2 \gg U_C$ , то

$$i_2 = \frac{1_i}{R_2} = \frac{N_2 S}{R_2} \frac{dB}{dt}. \quad (6)$$

Учитывая (6), найдем напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{1}{C} \int idt = \frac{N_2 S}{R_2 C} \int \frac{dB}{dt} dt = \frac{N_2 S B}{R_2 C}. \quad (7)$$

Из соотношения (7) следует, что

$$B = k_2 U_C, \quad (8)$$

где  $k_2 = R_2 C / (N_2 S)$  – коэффициент, определяемый параметрами схемы.

Из выражений (3) и (8) видно, что напряжение  $U_1$  пропорционально напряженности намагничивающего поля, а напряжение  $U_C$  пропорционально индукции магнитного поля в исследуемом ферромагнетике. Если напряжение  $U_1$  подать на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа,  $U_C$  – на вертикально отклоняющие пластины, то электронный луч в направлении оси  $x$  будет отклоняться пропорционально напряженности  $H$ , а в направлении оси  $y$  – пропорционально индукции  $B$ . За полный цикл изменения  $H$  электронный луч опишет петлю гистерезиса. Изменяя входное напряжение на первичной обмотке, можно получить семейство петель. Вершина каждой петли представляет собой точку на основной кривой намагничивания.

Напряжения  $U_1$  и  $U_C$  можно определить, зная величины напряжений  $U_x$  и  $U_y$ , вызывающих отклонение электронного луча на одно деление в направлении осей  $x$  и  $y$ . Тогда



$$U_1 = n_x U_x, \quad (9)$$

$$U_c = n_y U_y, \quad (10)$$

где  $n_x$  и  $n_y$  – координаты вершин петель гистерезиса.

Подставляя (9) и (10) в формулы (3) и (8) соответственно, получим

$$H = k_1 n_x U_x = k_x n_x, \quad (11)$$

$$B = k_2 n_y U_y = k_y n_y, \quad (12)$$

где

$$k_x = k_1 U_x = \frac{n_1}{R_1} U_x, \quad (13)$$

$$k_y = k_2 U_y = \frac{R_2 C}{N_2 S} U_y. \quad (14)$$

## Измерения. Обработка результатов измерений

### Упражнение 1. Снятие основной кривой намагничивания.

1. Собрать схему (см. рис. 1.20).
2. После проверки схемы преподавателем включить осциллограф и вывести электронный луч в центр координатной сетки. Включить цепь питания тороида.
3. С помощью потенциометра  $\Pi$  добиться того, чтобы петля имела участок насыщения и занимала большую часть экрана.
4. Определить координаты  $n_x$  и  $n_y$  вершин петли. Уменьшая постепенно подаваемое напряжение с помощью потенциометра, получить на экране осциллографа семейство петель гистерезиса. Снять для каждой из них координаты вершин. Измерения повторять, пока петля не стянется в точку.
5. Найти значения  $k_x$  и  $k_y$  по формулам (13) и (14) (значения величин  $U_x$  и  $U_y$  указаны на рабочем столе) и вычислить

значения  $H$  и  $B$  для координат вершин всех полученных петель гистерезиса.

6. Вычислить  $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$ .
7. Результаты измерений и вычислений записать в таблицу.
8. Построить по полученным данным графики  $B = f(H)$  и  $\mu = f(H)$ .

### **Упражнение 2. Определение энергии, рассеиваемой при перемагничивании.**

При перемагничивании образца часть энергии магнитного поля затрачивается на переориентировку доменов. Величина этой энергии, приходящейся на единицу объема образца, численно равна площади  $S_{H,B}$  петли гистерезиса

$$W = S_{H,B}.$$

Величина  $W$  представляет собой энергию, выделяющуюся в виде теплоты в единице объема тороида за один цикл перемагничивания. Если частота переменного тока  $\nu$ , то количество теплоты, выделяемое за  $l$  секунду, равно

$$Q = \nu W = \nu S_{H,B}, \quad (15)$$

где  $\nu = 50 \text{ Hz}$ .

Площадь петли гистерезиса можно найти следующим образом. Так как цена одного деления в направлении оси  $H$  согласно (13) равна  $k_x$ , а в направлении оси  $B$  —  $k_y$  (14), то площадь одной клетки будет  $k_x k_y$ . Если петля содержит  $N$  клеток, то её площадь в  $A \cdot \text{Тл} / \text{м}$  равна

$$S_{H,B} = N k_x k_y.$$

Подставляя  $S_{H,B}$  в формулу (15), получим следующее выражение для вычисления количества теплоты, выделяющейся в единице объема за  $l$  секунду, в  $\text{Дж} / \text{м}^3 \cdot \text{с}$

$$Q = k_x k_y v N. \quad (16)$$

1. Повторить п. 3 упражнения 1.
2. Снять осциллограмму петли на кальку, затем, наложив кальку на миллиметровую бумагу, подсчитать количество клеток  $N$ , занимаемых петлей.
3. По формуле (16) вычислить тепловые потери на перемагничивание. Все физические величины берутся в СИ.

### Контрольные вопросы

1. Что называется магнитным полем и что является его источником?
2. Что называется индукцией магнитного поля?
3. Чему равна индукция магнитного поля в веществе?
4. Что называется вектором намагничения?
5. Что называется напряженностью магнитного поля?
6. Что такое магнитная проницаемость вещества?
7. Объясните явление электромагнитной индукции.
8. В чем заключается механизм намагничивания диамагнетиков, парамагнетиков, ферромагнетиков?
9. Объясните явление гистерезиса.
10. Чему равна энергия, рассеиваемая при перемагничивании ферромагнетика? Выведите формулу (16).
11. Выведите формулы (11) и (12).
12. Какие свойства ферромагнетиков используются в технике?

### Лабораторная работа № 14

#### Определение удельного заряда электрона методом магнетрона

**Цель работы:** изучение движения электронов в скрещенных электрическом и магнитном полях и определение удельного заряда электрона.

**Приборы и принадлежности:** соленоид, вакуумные диоды  $2Ц2С$  и  $6Е5С$ , источник постоянного тока, вольтметр, амперметр, микроамперметр.

**Теория:** §§1.4 и 1.5 и §23.3 из [1].

### Описание установки и метода измерений

Удельный заряд электрона можно определить, исследуя его движение во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях. Наиболее просто скрещенные электрическое и магнитное поля можно получить в электронной лампе, помещенной внутрь катушки, по обмотке которой пропускается электрический ток. Если в качестве электронной лампы применяется диод, то такая система называется **магнетроном**.

Данная работа выполняется в двух вариантах.

В **первом варианте** магнетроном служит диод  $2Ц2С$  с цилиндрическим анодом и цилиндрическим катодом, расположенными коаксиально (рис. 1.21,а).

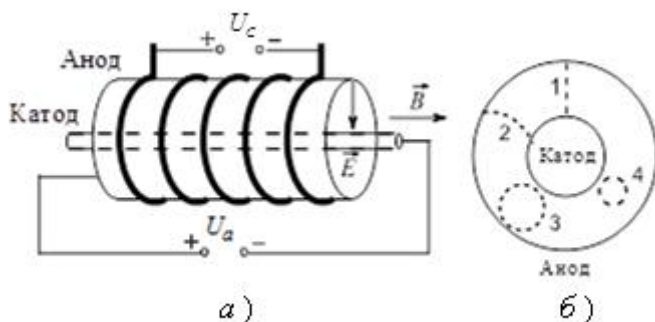


Рис. 1.21

Напряженность электрического поля  $\vec{E}$  направлена радиально (по радиусам анода), а индукция внешнего постоянного магнитного поля  $\vec{B}$  параллельно его оси. Таким образом, электрическое и магнитное поля взаимно перпендикулярны в любой точке внутри диода. Если магнитное поле отсутствует, то электроны, эмитированные катодом под действием электри-

ческого поля, движутся прямолинейно по радиусам анода (рис. 1.21,б, траектория 1) и в анодной цепи возникает некоторый анодный ток, зависящий от анодного напряжения и тока накала.

Если, не меняя анодного напряжения и тока накала, приложить сначала небольшое магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , перпендикулярное движению электронов, то траектория электронов искривляется (рис. 1.21,б, траектория 2), но все электроны попадают на анод, поэтому анодный ток остается без изменения. По мере увеличения индукции магнитного поля траектории электронов будут все больше искривляться и при некоторой индукции, называемой **критической** ( $\vec{B}_{кр}$ ), траектории электронов будут только касаться анода, т.е. электроны снова возвращаются на катод (рис. 1.21,б, траектория 3). Таким образом, при  $\vec{B} = \vec{B}_{кр}$  анодный ток резко уменьшается до нуля и остается таким при дальнейшем увеличении индукции магнитного поля (рис. 1.21,б, траектория 4).

Рабочую формулу для вычисления удельного заряда электрона можно получить, используя значение критической индукции  $\vec{B}_{кр}$ , при которой радиус кривизны траекторий электронов  $r$  равен половине радиуса анода  $R$ , т.е.  $r = R/2$ .

Искривление траектории электронов происходит под действием силы Лоренца

$$\vec{F} = e[\vec{v}\vec{B}].$$

Так как  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , то

$$F = e\nu B,$$

где  $e$  – заряд электрона;  $\nu$  – его скорость;  $B$  – индукция магнитного поля, созданного соленоидом.

Согласно (1.19),

$$B = \frac{\mu_0}{2} nI (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнитная постоянная;  $n$  – число витков на единицу длины соленоида;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы между радиусами – векторами, проведенными из точки наблюдения на оси соленоида к крайнему левому и правому виткам соответственно (см. рис. 1.10,б), и осью соленоида.

Так как диод расположен в средней части соленоида, то приближенно  $|\cos \alpha_1| = |\cos \alpha_2| = \cos \alpha = 0.67$  и

$$B = \mu_0 I n \cos \alpha.$$

Поскольку сила Лоренца является центростремительной силой (1.24), то для критического режима работы магнетрона можно записать

$$eV B_{кр} = \frac{mV^2}{r} = \frac{2mV^2}{R}, \quad (1)$$

где  $m$  – масса электрона;  $r$  – радиус кривизны траектории электрона и  $R$  – радиус анода.

За счет энергии ускоряющего электрического поля, равной  $eU_a$ , где  $U_a$  – анодное напряжение, электрон приобретает кинетическую энергию  $mV^2/2$ :

$$\frac{mV^2}{2} = eU_a. \quad (2)$$

Решая совместно (1) и (2), для удельного заряда электрона получим

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{R^2 B_{кр}^2}. \quad (3)$$

Заменяя в (3)  $B_{кр} = \mu_0 n I_{кр} \cos \alpha$ , получим следующую формулу для вычисления удельного заряда электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{\mu_0^2 n^2 R^2 I_{кр}^2 \cos^2 \alpha},$$

или

$$\frac{e}{m} = k' \frac{U_a}{I_{кр}^2}, \quad (4)$$

где  $k' = \frac{8}{\mu_0 n^2 R^2 \cos^2 \alpha}$ , коэффициент, определяемый параметрами схемы;  $I_{кр}$  – величина тока, соответствующая  $B_{кр}$ .

Таким образом, для определения  $e/m$  нужно опытным путем измерить анодное напряжение  $U_a$  и силу тока  $I_{кр}$  через соленоид.

Для нахождения  $I_{кр}$  строят графики зависимости анодного тока от величины индукции магнитного поля или, что то же самое, от силы тока через соленоид (рис. 1.22).

Продолжая линейные участки до пересечения друг с другом и проектируя точку пересечения на ось  $I_c$ , находят значения тока через соленоид для критической индукции магнитного поля.

Во втором варианте магнетроном служит лампа 6E5C. Электрическая схема установки показана на рис. 1.23, где  $P$  – потенциометр;  $R_1, R_2$  – реостаты;  $mA$  – миллиамперметр;  $V$  – вольтметр;  $A$  – амперметр;  $K_1, K_2, K_3$  – ключи;  $L$  – соленоид, витки которого намотаны непосредственно на электронную лампу.

Часть электронов, испускаемых катодом лампы 6E5C, движется радиально в электрическом поле между ее катодом и экраном. Попадая на экран, покрытый флуоресцирующим веществом (виллемитом), они вызывают его свечение. При наблюдении сверху конический экран лампы позволяет проследить траектории движения электронов от катода к экрану. Сквозь отверстия в экране проходит управляющий электрод, соединенный с анодом. Напряжение на аноде значительно меньше, чем на экране, поэтому управляющий электрод ослаб-

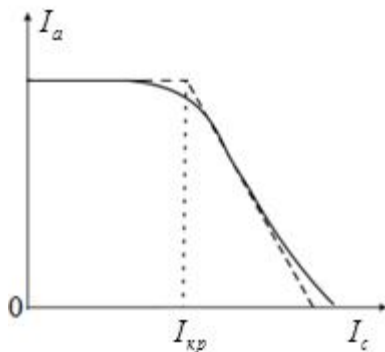


Рис. 1.22

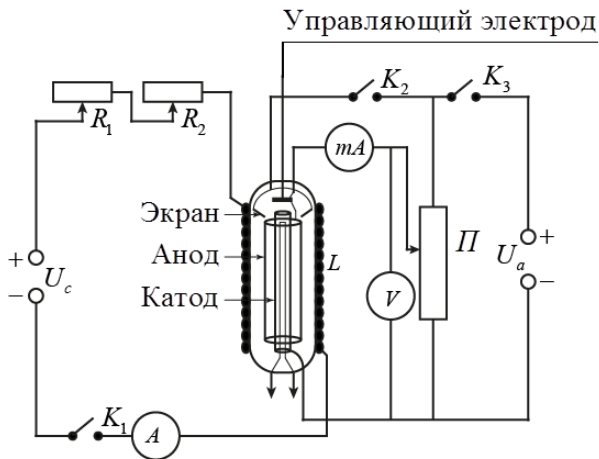


Рис. 1.23

ляет электронный поток. На экране образуется тень в виде сектора с прямолинейными краями (рис. 1.24): *a* – при отсутствии, *б* – при наличии магнитного поля.

Когда лампа находится в однородном поле, параллельном оси катода, электроны отклоняются от прямолинейной траектории и движутся криволинейно. Темный сектор искривляется, анодный ток падает (при  $B_{кр}$ ) почти до нуля.

Для вычисления удельного заряда электрона используется формула

$$\frac{e}{m} = k'' \frac{U_a}{I_{кр}}, \quad (5)$$

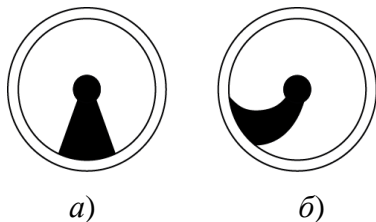


Рис. 1.24

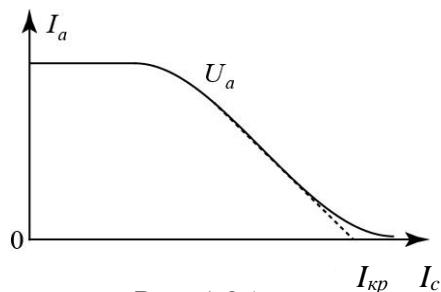


Рис. 1.25



где  $k''$  – коэффициент, определяемый параметрами схемы. Для нахождения  $I_{кр}$  снимается зависимость анодного тока от тока в соленоиде при разных напряжениях на аноде лампы  $U_a$ . Из графика  $I_a = f(I_c)$  находят  $I_{кр}$  путем экстраполяции прямолинейного участка кривой к оси абсцисс (рис. 1.25).

## Измерения. Обработка результатов измерений

### Вариант 1

1. Собрать электрическую цепь согласно рис. 1.26.
2. Установить ручку реостата  $R_2$  и потенциометра  $\Pi$  в крайнее правое положение, реостата  $R_1$  – до ограничителя.
3. Включить цепь и после минутного прогрева лампы  $2Ц2С$  установить потенциометром  $\Pi$  анодное напряжение в пределах от  $60$  до  $150$  В.
4. Плавно меняя ток ( $I_c$ ) в соленоиде при помощи реостата  $R_2$ , наблюдать за значениями анодного тока  $I_a$ , занося данные в таблицу.
5. Повторить измерения еще для двух значений анодного напряжения. Построить графики  $I_a = f(I_c)$  и найти значе-

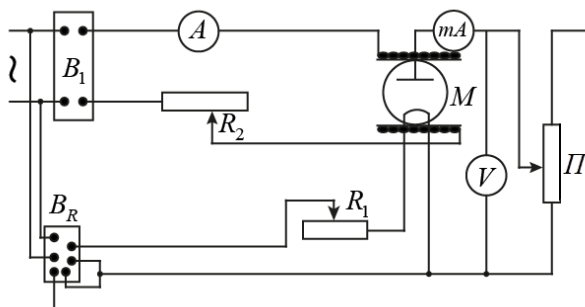


Рис. 1.26

ния критических токов  $I_{кр}$  для соответствующих  $U_a$ .

- По формуле (4) вычислить значения удельного заряда.

### Вариант 2

- Ознакомьтесь с блок-схемой (рис. 1.23) и выясните назначение её отдельных узлов.
- Включить установку и после прогрева лампы  $6E5C$  установить с помощью потенциометра  $П$  анодное напряжение (по указанию преподавателя).
- Плавно меняя ток в соленоиде, наблюдать за свечением экрана лампы и убедиться в уменьшении его свечения при увеличении магнитного поля.
- Установить анодное напряжение (по указанию преподавателя) и снять зависимость анодного тока от силы тока в соленоиде. Повторить измерения еще для двух других значений анодного напряжения.
- Построить графики  $I_a = f(I_c)$ , найти значения критических токов и по формуле (5) вычислить  $e/m$ . Значения коэффициентов  $k'$  и  $k''$  задаются.
- Оценить погрешность полученных результатов. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу.

### Контрольные вопросы

- Что называется магнитным полем и что является его источником?
- Что называется индукцией магнитного поля и как она определяется из выражения для силы Лоренца?
- Сформулируйте закон полного тока для магнитного поля в вакууме и выведите формулу (1.18).
- Чему равна индукция магнитного поля соленоида конечной длины?
- Что называется удельным зарядом частицы?
- Объясните устройство и принцип работы магнетрона.

7. Каков физический смысл критического тока, критической индукции?
8. Выведите формулу (4).
9. Выведите формулу для вычисления погрешности  $\frac{e}{m}$ .

## 2. Колебательное движение

### § 2.1. Свободные колебания

В природе и технике широко распространены колебательные процессы, или колебания.

**Колебаниями, или колебательным движением, называется всякое движение или изменение состояния системы, которое характеризуется повторением во времени значений физических величин, определяющих это движение или состояние.**

В зависимости от того, какие физические величины колеблются, различают колебания механические, электромагнитные, электромеханические и др.

В механических колебаниях, например, повторяются положения, скорости, ускорения и другие физические величины, определяющие состояния тел. Примерами колебательных процессов в механике могут служить колебания маятников, струн, мембран телефонов, поршней двигателей внутреннего сгорания, мостов и других сооружений, подверженных переменной нагрузке, и т.д.

В электромагнитных колебаниях периодически повторяются величины зарядов, напряжений и силы тока в электрических цепях с переменным током, напряженностей электрического и магнитного полей вокруг этих цепей.

Колебательные процессы качественно различны по своей физической природе, но их количественные закономерности имеют много общего и описываются одними и теми же уравнениями.

Физическая система, совершающая колебания, называется **осциллятором**. Осциллятор, выведенный из состояния равновесия и предоставленный самому себе, называется свободным, а колебания, совершаемые им, – **свободными**, или **собственными**.

## § 2.2. Механические колебания

Колебательная система, в которой возникают механические колебания, называется **механическим осциллятором**. В качестве механического осциллятора рассмотрим пружинный маятник, изображенный на рис. 2.1. Шар массой  $m$  насажен на горизонтальный стержень. На стержень надета невесомая пружина, один конец которой прикреплен к нему, а другой – к шару. Если вывести шар из состояния равновесия, то он начнет совершать свободные колебания.

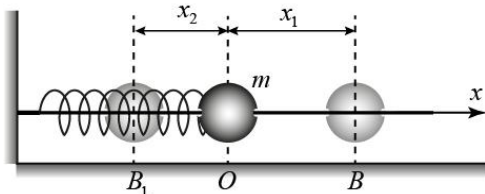


Рис. 2.1

Установим связь между силой  $F$ , действующей на шар, и его потенциальной энергией в поле этой силы. Допустим, что смещение  $dx$  происходит за промежуток времени  $dt$ . За это время потенциальная энергия изменяется на  $dE_n$ , а кинетическая – на  $dE_k$ . Полная энергия постоянна, так как система консервативна. Следовательно,

$$dE_n + dE_k = dE_n + d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = dE_n + mvdv = 0,$$

или

$$dE_n = -mvdv = -m\frac{dv}{dt}vdt = -F_x dx,$$

откуда

$$F_x = -\frac{dE_n}{dx}.$$

Для одномерной системы (рис. 2.1) и малых смещений из положения равновесия  $x$   $E_n(x) = kx^2/2$ , т.е.

$$F = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx,$$

где  $k$  – жесткость пружины.

Предположим, что вся система находится в вязкой среде, оказывающей сопротивление движению шара, и что сила сопротивления (трения) определяется формулой  $F_{mp} = -rV$ , где  $r$  – коэффициент сопротивления среды;  $V$  – скорость шара. Пусть шар в состоянии равновесия находится в положении  $O$ . Если его сместить в положение  $B$ , растянув пружину, а затем отпустить, то он начнет ускоренно двигаться к положению равновесия под действием силы упругости пружины  $F = -kx$ , где  $x$  – смещение шара из положения равновесия. Потенциальная энергия упруго деформированной пружины в положении  $B$  выражается формулой  $E_{n1}(x) = kx^2/2$ , а кинетическая энергия шара равна нулю. По мере приближения шара к положению  $O$  сила упругости  $F$  и потенциальная энергия пружины уменьшаются и в точке  $O$  становятся равными нулю. Потенциальная энергия пружины переходит в кинетическую энергию шара  $E_{к1} = mV^2/2$ . При этом часть первоначально сообщенной системе энергии затрачивается на работу сил сопротивления, поэтому  $E_{к1} < E_{n1}(x)$ .

В точке  $B_1$  скорость шара равна нулю, кинетическая энергия его переходит в потенциальную энергию пружины  $E_{n2}(x) = kx^2/2$ , но не полностью, т.к. часть ее идет на работу сил сопротивления, поэтому  $E_{n2}(x) < E_{к1}$ . Затем упругая сила сжатой пружины заставляет его вернуться в положение равновесия и т.д. Таким образом, под действием сил упругости и

сопротивления среды шар будет совершать свободные колебания, но из-за сопротивления среды амплитуда колебаний уменьшается и через некоторое время колебания прекратятся. Энергия колебательного движения полностью перейдет во внутреннюю (тепловую) энергию системы. Такие свободные колебания называются **затухающими**.

Уравнение движения шара (2-й закон Ньютона) запишется так:

$$m\ddot{x} = -kx - rV$$

или

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0, \quad (2.1)$$

где  $\dot{x} = V$  – скорость шара,  $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = a$  – ускорение шара.

Уравнение (2.1) представляет собой дифференциальное уравнение свободных затухающих механических колебаний.

По аналогии с горизонтальным маятником, представленным на рисунке 2.1, для маятника крутильных колебаний (рис. 2.1,а) можно написать уравнение движения (основной закон динамики вращательного движения) в виде:

$$I\ddot{\varphi} = -k'\varphi - \alpha \frac{d\varphi}{dt}$$

или

$$\ddot{\varphi} + \frac{\alpha}{I}\dot{\varphi} + \frac{k'}{I}\varphi = 0, \quad (2.1, a)$$

где  $\ddot{\varphi}$ ,  $\dot{\varphi}$  и  $\varphi$  – кинематические угловые величины;  $I$  – момент инерции;  $\alpha$  – коэффициент сопротивления среды;  $k'$  – модуль кручения нити, определяющий вращающий момент, необходимый для углового перемещения и измеряемый в  $H \cdot м / рад$ .

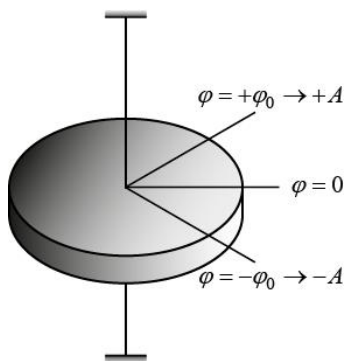


Рис. 2.1,а

### § 2.3. Электромагнитные колебания

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из источника тока  $\mathcal{E}$ , конденсатора  $C$ , катушки индуктивности  $L$  с активным сопротивлением  $R$  (рис. 2.2).

Подключим конденсатор к источнику тока (ключ  $K$  в положении 1). Верхняя пластина конденсатора заряжается положительно, нижняя – отрицательно. Перебросим ключ  $K$  в положение 2. В этот момент вся энергия, сообщенная системе, сосредоточена в конденсаторе и вследствие отсутствия внешних э.д.с. конденсатор  $C$  начнет разряжаться, через катушку индуктивности  $L$  потечет электрический ток. Энергия электрического поля конденсатора начнет превращаться в энергию магнитного поля катушки. При разрядке конденсатора ток в катушке возрастает, возбуждая в ней э.д.с. самоиндукции  $\mathcal{E}_{si}$ . Под действием  $\mathcal{E}_{si}$  в цепи возникает ток самоиндукции, магнитное поле которого будет препятствовать росту магнитного поля основного тока (правило Ленца). В момент полной разрядки конденсатора основной ток в катушке, а значит, и энергия магнитного поля достигают максимальных значений, после чего начинают убывать. Вследствие изменения (уменьшения) магнитного поля возникает ток самоиндукции, который, в соответствии с правилом Ленца, совпадает по направлению с уменьшающимся основным током. Это приводит к перезарядке конденсатора, на пластинах которого накапливаются заряды противоположного знака по отношению к первоначальным. В момент исчезновения магнитного поля конденсатор будет полностью перезаряжен, после чего процесс будет повторяться. Так будет продолжаться до тех пор, пока вся энергия колебаний заряда не

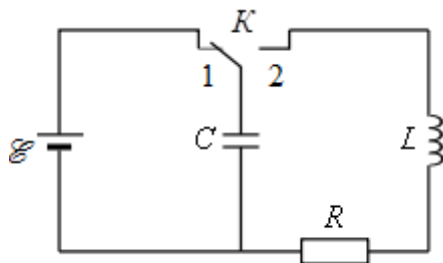


Рис. 2.2

превратится в тепловую и не пойдет на нагревание контура. Таким образом, в цепи  $RLC$  возникают колебания электрического заряда, тока, напряжения и энергии электрического и магнитного полей. Такая цепь называется **колебательным контуром** и представляет собой **электрический осциллятор**.

В рассмотренном случае электрические колебания происходят в отсутствие внешнего воздействия и потому являются **свободными**, или **собственными**. Так как часть энергии, сообщенной контуру, превращается в тепловую (согласно закону Джоуля - Ленца), то эти колебания являются **затухающими**.

Будем считать положительным направление тока, при котором происходит зарядка конденсатора. В таком случае по определению  $i = dq / dt$ .

Далее мы будем считать, что линейные размеры цепи не слишком велики ( $l \ll c/v$ , где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – это скорость света в вакууме, а  $v$  – частота колебаний в цепи), тогда в любой момент времени сила тока на всех участках цепи одинакова. Такой ток называется **квазистационарным**. Для мгновенных значений этого тока применимы правила Кирхгофа.

Согласно второму правилу Кирхгофа, алгебраическая сумма падений напряжения на сопротивлениях в контуре равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в нем. В рассматриваемом контуре  $RLC$  падение напряжения наблюдается на активном сопротивлении,  $U_R = iR$ , и на конденсаторе,  $U_C = q/C$ . В контуре действует только э.д.с. самоиндукции, поэтому

$$iR + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}.$$

Разделив это уравнение почленно на  $L$  и заменив  $i$  на  $\dot{q}$ , а  $\frac{di}{dt}$  на  $\ddot{q}$ , получим

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (2.2)$$



Уравнение (2.2) представляет собой дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний заряда  $q$  в колебательном контуре. Так как  $U_C = q/C$ , то аналогичное уравнение можно написать для колебаний разности потенциалов  $U_C$  на обкладках конденсатора.

### § 2.4. Уравнение свободных колебаний

Сравнивая уравнения (2.1) и (2.2), замечаем, что они отличаются только обозначениями и физическим смыслом входящих в них величин. В уравнении (2.2) роль  $x$  играет заряд  $q$ , роль массы  $m$  – индуктивность  $L$ , коэффициента сопротивления  $r$  – электрическое сопротивление  $R$ , а коэффициента жесткости пружины  $k$  – величина  $1/C$ . Таким образом, уравнения (2.1) и (2.2) могут быть сведены к одному уравнению, описывающему свободные колебания как механического, так и электрического осцилляторов. Введем обозначения для механического осциллятора

$$S = x, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad 2\beta = \frac{r}{m}$$

и для электрического

$$S = q, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad 2\beta = \frac{R}{L},$$

тогда уравнения (2.1) и (2.2) пишутся одинаково:

$$\ddot{S} + 2\beta\dot{S} + \omega_0^2 S = 0, \quad (2.3)$$

где  $S$  означает колеблющуюся физическую величину – смещение, заряд, напряжение и т.д. Уравнение (2.3) описывает движение свободного осциллятора. Величина  $\omega_0$  называется собственной круговой (циклической) частотой осциллятора,  $\beta$  – коэффициентом затухания, характеризующим превращающуюся часть энергии колебательного движения в тепловую. В механическом осцилляторе это превращение происходит из-

за сил трения, в электрическом – из-за активного сопротивления цепи.

Физические системы, в которых часть энергии упорядоченного движения переходит в энергию неупорядоченного движения (в тепловую), называются **диссипативными**, а сам процесс перехода – **диссипацией (рассеянием) энергии**.

Все реальные физические системы диссипативны, однако возможны случаи, когда коэффициент затухания  $\beta$  мал ( $\beta \approx 0$ ), и, следовательно, диссипацией энергии колебаний можно пренебречь.

## § 2.5. Свободные незатухающие колебания

Свободные незатухающие колебания происходят в осцилляторе, в котором коэффициент затухания  $\beta = 0$ . В этом случае уравнение (2.3) принимает вид

$$\ddot{S} + \omega_0^2 S = 0. \quad (2.4)$$

Решением этого дифференциального уравнения, в чём можно убедиться подстановкой, является функция

$$S = S_m \sin(\omega_0 t + \alpha), \quad (2.5, a)$$

или

$$S = S_m \cos(\omega_0 t + \alpha'), \quad (2.5, б)$$

где постоянные величины  $S_m$ ,  $\alpha$  и  $\alpha'$  определяются начальными условиями задачи.

Осциллятор, свободные колебания которого описываются дифференциальным уравнением типа (2.4), называется **гармоническим**, а колебания, совершаемые им – **гармоническими**. Уравнение колебаний определяется формулами (2.5). Следовательно, физическая величина, изменяющаяся во времени по закону косинуса или синуса, совершает гармонические колебания. Величины  $S$  и  $S_m$  в формулах (2.5) в случае механических колебаний определяют, соответственно, мгновенное  $x$  и максимальное  $x_m$  значения смещения, а в случае электри-

ческих колебаний – мгновенное  $q$  и максимальное  $q_m$  значения заряда. Максимальное положительное значение  $S_m(x_m, q_m)$  колеблющейся величины  $S(x, q)$  называется **амплитудой** колебаний. Выражение  $(\omega_0 t + \alpha)$  называется **фазой** ( $\alpha$  – **начальная фаза** колебаний;  $\omega_0$  – собственная круговая (циклическая) частота гармонических колебаний). **Периодом**  $T$  незатухающих колебаний называется наименьший промежуток времени, по истечении которого значения всех физических величин, характеризующих колебания, повторяются. В случае механических колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (2.6)$$

а в случае электрических колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC}. \quad (2.7)$$

Число колебаний в единицу времени называется частотой  $\nu = 1/T$ . Частота колебаний зависит только от свойств осциллятора: массы, упругости, индуктивности, емкости и др. (см. формулы (2.6), (2.7)). Единицей частоты является Герц (Гц) – одно колебание за одну секунду.

График гармонического колебания, т.е. функции (2.5), представляет собой синусоиду или косинусоиду, построенную в координатной системе  $S, t$ , как показано на рис. 2.3. Так как  $\sin(\omega_0 t + \alpha)$  или  $\cos(\omega_0 t + \alpha)$  – функции периодические, то значения ординат на графике будут повторяться через промежутки времени, равные периоду  $T$ .

Дифференцируя, например, функцию (2.5) по времени  $t$ , находим скорость  $v_s$ :

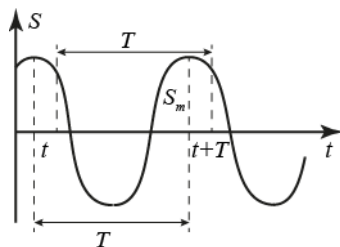


Рис. 2.3

$$v_s = \frac{dS}{dt} = -S_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = S_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi / 2). \quad (2.8)$$

Из формулы (2.8) видно, что скорость также зависит от времени по гармоническому закону. Сравнивая выражения (2.5, б) и (2.8), замечаем, что  $v_s$  по фазе опережает  $S$  на  $\pi/2$ . Выражение (2.8) для механических и электрических колебаний соответственно принимает вид

$$v = \frac{dx}{dt} = -x_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha), \quad (2.8, a)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha). \quad (2.8, б)$$

Полная энергия  $E$  механических колебаний равна сумме кинетической  $E_k$  и потенциальной  $E_n$  энергий механического осциллятора:

$$E = E_k + E_n = \frac{m v^2}{2} + \frac{k x^2}{2} = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_m^2.$$

Полная энергия  $W$  электрических колебаний равна сумме энергий  $W_э$  электрического и  $W_m$  магнитного полей электрического осциллятора (колебательного контура):

$$W = W_э + W_m = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}.$$

Из приведенных выше формул следует, что **полная энергия гармонических колебаний пропорциональна квадрату амплитуды колебаний.**

## § 2.6. Физический маятник

В качестве примера гармонического механического осциллятора рассмотрим **физический маятник** – твёрдое тело, которое может свободно вращаться около неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр тяжести тела. На рисунке 2.4 схематически изображен физический маятник. Ось вращения  $O$  перпендикулярна чертежу,  $C$  – центр

тяжести тела,  $l$  – расстояние от оси вращения  $O$  до центра тяжести  $C$ . Если тело вывести из состояния равновесия, чуть отклонив в сторону от вертикали, и предоставить его самому себе, то под действием силы тяжести оно начнет колебаться.

Пусть сила сопротивления движению маятника мала, и ею пренебрегаем. Вращательное движение маятника около оси  $O$  описывается основным уравнением динамики вращательного движения

$$M = I\varepsilon, \quad (2.9)$$

где  $M = -mga = -mgl \sin \varphi$  – момент силы  $m\vec{g}$  относительно оси  $O$  (знак минус означает, что момент  $M$  стремится уменьшить угол отклонения  $\varphi$ );  $I$  – момент инерции маятника относительно этой же оси;  $\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = \ddot{\varphi}$  – угловое ускорение маятника.

Если угол  $\varphi$  мал, то  $\sin \varphi \approx \varphi$ , и в этом случае момент силы  $M$  определяется формулой  $M = -mgl\varphi$ . Подставляя выражение для  $M$  в (2.9), получим  $I\ddot{\varphi} + mgl\varphi = 0$  или, обозначив  $\omega_0^2 = mgl/I$ , имеем  $\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0$ . Решением этого уравнения (см. (2.4)) является функция

$$\varphi = \varphi_m \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (2.10)$$

Таким образом, физический маятник, отклоненный на небольшой угол и предоставленный самому себе, совершает гармонические колебания. Период колебаний физического маятника равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (2.11)$$

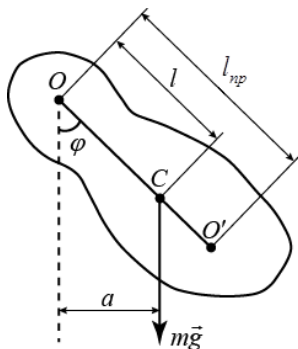


Рис. 2.4

Колебательная система, состоящая из материальной точки массы  $m$ , подвешенной на невесомой и нерастяжимой нити или на невесомом твердом стержне длиной  $l_m$ , называется математическим маятником. Математический маятник – это предельный случай физического маятника, вся масса которого сосредоточена в его центре тяжести, так что  $l = l_m$  – длина математического маятника. Момент инерции такого маятника относительно оси подвеса  $I = ml_m^2$ . Период колебаний математического маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_m}{g}}. \quad (2.11, a)$$

Сопоставляя формулы (2.11) и (2.11, a), находим, что период колебаний физического маятника равен периоду колебаний математического маятника с длиной  $l_{np} = \frac{I}{ml}$ , называемой **приведенной длиной** физического маятника:  $l_{np} > l$  (см. рис. 2.4). Точка  $O'$  называется центром качания физического маятника. Центр качания  $O'$  и точка подвеса  $O$  обладают свойством взаимности: если маятник подвесить в центре качания  $O'$ , то точка  $O$  будет совпадать с новым положением центра качаний, т.е. приведенная длина и период колебаний физического маятника останутся прежними.

## § 2.7. Свободные затухающие колебания

Всякая реальная колебательная система является диссипативной, поэтому коэффициент затухания  $\beta$  в уравнении (2.3) отличен от нуля. Решением такого уравнения (когда  $\beta \ll \omega$ ) является функция

$$S = S_{m_0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (2.12)$$

где  $S_{m_0}$  и  $\alpha$  – постоянные величины, определяемые начальными условиями;  $\omega$  – циклическая частота диссипативной системы, определяемая выражением

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

и равная для механического и электрического осцилляторов, соответственно:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Из (2.12) следует, что амплитуда этих колебаний изменяется со временем по закону

$$S_m(t) = S_{m_0} e^{-\beta t} \quad (2.13)$$

и, следовательно, через некоторое время она станет равной нулю. Это значит, что и энергия колебаний также станет равной нулю. Таким образом, колебания в диссипативной системе являются затухающими.

Зависимость  $S$  от времени  $t$ , выраженная формулой (2.12), графически представлена на рис. 2.5.

Колебания в диссипативной системе не являются периодическими, так как никогда не повторяются (например, максимальное значение  $S_m$ ). Поэтому величину  $\omega$  можно рассматривать как циклическую частоту лишь условно. Промежуток времени между двумя последовательными значениями смещения  $S$ , характеризуемыми одинаковой фазой, называется **условным периодом** затухающих колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (2.14)$$

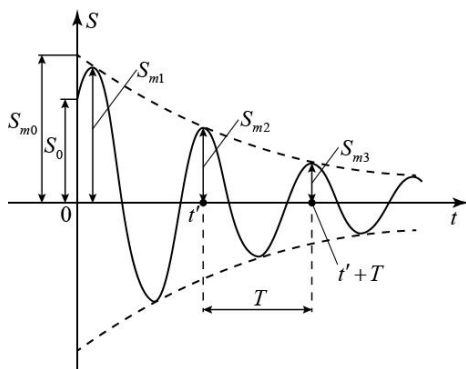


Рис. 2.5

При значительной диссипации энергии колебаний, когда  $\beta \gg \omega_0$ , осциллятор, выведенный из состояния равновесия, возвращается в это состояние бесконечно долго. Такие процессы называются **апериодическими**.

Отношение значений амплитуды затухающих колебаний в моменты времени  $t$  и  $t+T$  ( $T$  – условный период) называется **декрементом затухания**, а его натуральный логарифм – **логарифмическим декрементом затухания**  $\delta$ . В соответствии с (2.13),

$$\delta = \ln \frac{S_m(t)}{S_m(t+T)} = \ln \frac{S_{m_0} e^{-\beta t}}{S_{m_0} e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (2.15)$$

Для характеристики колебательной системы пользуются понятием **добротности**  $Q$ , которая равна произведению  $2\pi$  на отношение энергии системы в момент времени  $t$  к уменьшению энергии за период  $T$ :

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)}. \quad (2.16)$$

Поскольку энергия колебаний пропорциональна квадрату их амплитуды, добротность может быть выражена через логарифмический декремент затухания. Получаем

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}}.$$

В случае систем с малым затуханием ( $\delta \ll 1$ ),  $1 - e^{-2\delta} \approx 2\delta$ , для добротности получаем

$$Q \approx \frac{\pi}{\delta}. \quad (2.16')$$

## § 2.8. Вынужденные колебания

В диссипативной системе энергия колебаний постепенно переходит в энергию хаотического движения атомов и молекул, и колебания затухают. Незатухающие колебания можно получить, если на систему оказывать внешнее периодическое



воздействие. В этом случае колебания будут не свободными, а **вынужденными**. Например, можно осуществить вынужденные механические колебания, если к грузу, подвешенному на пружине, прикладывать периодическую силу  $F(t)$ , называемую **вынуждающей силой** (рис. 2.6, а).

В электрическом осцилляторе роль внешнего воздействия может выполнять переменная э.д.с.  $\mathcal{E}(t)$ , включенная в цепь колебательного контура.

Таким образом, на осциллятор, совершающий вынужденные колебания, действует периодическое внешнее воздействие. В частности, это периодическое воздействие может изменяться по гармоническому закону:

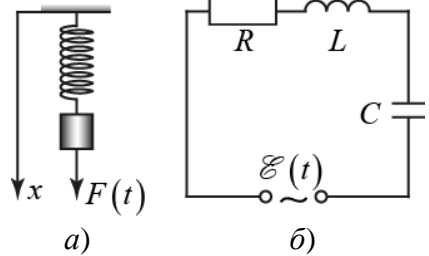


Рис. 2.6

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t, \quad \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos \Omega t.$$

Тогда для любого гармонического осциллятора дифференциальное уравнение вынужденных колебаний запишется так:

$$\ddot{S} + 2\beta\dot{S} + \omega_0^2 S = f_0 \cos \Omega t, \quad (2.17)$$

где  $f_0 = F_0/m$  – отношение амплитуды вынуждающей силы к массе в механическом осцилляторе, а  $f_0 = \mathcal{E}_0/L$  – отношение амплитудного значения внешней вынуждающей э.д.с. к индуктивности в электрическом осцилляторе,  $\Omega$  – частота внешнего воздействия,  $\beta$  и  $\omega_0$  – коэффициент затухания и собственная частота осциллятора.

Можно показать, что частным решением уравнения (2.17) является выражение

$$S = S_m \cos(\Omega t + \alpha), \quad (2.18)$$

Следовательно, колеблющаяся величина  $S$  совершает вынужденные гармонические колебания с той же частотой, что и внешнее воздействие, и с амплитудой

$$S_m = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}, \quad (2.19)$$

также зависящей от  $\Omega$ , и со сдвигом по фазе  $\alpha$ , определяемым формулой

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (2.20)$$

Процесс установления вынужденных колебаний можно объяснить следующим образом. Как только осциллятор начнет испытывать внешнее воздействие, его амплитуда начинает расти. С ростом амплитуды колебаний возрастают и потери энергии колебаний. Однако через некоторое время, называемое временем установления вынужденных колебаний, потери энергии колебаний полностью компенсируются внешним источником энергии и устанавливаются вынужденные колебания с постоянной амплитудой  $S_m$ . Этот процесс графически представлен на рисунке 2.7.

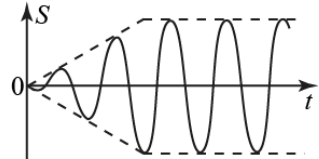


Рис. 2.7

Амплитуды  $x_m$  и  $q_m$  вынужденных колебаний механического и электрического осцилляторов, соответственно, равны:

$$S_m = x_m = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\Omega^2)^2 + r^2\Omega^2}}, \quad (2.21)$$

$$S_m = q_m = \frac{1_0}{\Omega \sqrt{\left(\frac{1}{\Omega C} - \Omega L\right)^2 + R^2}}. \quad (2.22)$$

Дифференцируя (2.18) по времени, находим, что скорость изменения величины, совершающей вынужденные колебания, также изменяется по гармоническому закону:

$$\dot{S} = -S_m \Omega \sin(\Omega t + \alpha) = S_m \Omega \cos(\Omega t + \alpha + \pi/2). \quad (2.23)$$

Из (2.23) следует, что колебания скорости  $\dot{S}$  по фазе опережают колебания  $S$  на  $\pi/2$ , а от вынуждающего воздействия отличаются на угол  $\psi = \pi/2 + \alpha$ , определяемый формулой

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{2\beta\Omega}. \quad (2.24)$$

Согласно (2.23), амплитуда колебаний скорости  $\dot{S}$  равна  $(\dot{S})_m = S_m \Omega$ , а с учетом (2.19) получим

$$(\dot{S})_m = \frac{f_0 \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}. \quad (2.25)$$

В частности, из (2.22) и (2.25) следует, что амплитуда колебаний скорости изменения заряда в электрическом осцилляторе (т.е. амплитуда колебаний силы тока в колебательном контуре) равна

$$(\dot{S})_m = (\dot{q})_m = i_m = q_m \Omega = \frac{1_0}{\sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{\Omega C} - \Omega L \right)^2}}. \quad (2.26)$$

В формуле (2.26)  $X_C = 1/\Omega C$  называется емкостным сопротивлением, а  $X_L = \Omega L$  – индуктивным сопротивлением колебательного контура. Амплитуда установившихся вынужденных колебаний зависит от частоты  $\Omega$  внешнего воздействия. При некоторой частоте  $\Omega_p$ , вполне определенной для данного осциллятора, амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения.

**Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты  $\Omega$  к  $\Omega_p$  называется резонансом, а частота  $\Omega_p$  – резонансной частотой.**

Из формулы (2.26) следует, что при  $\Omega = \omega_0$  наступает резонанс: амплитуда  $(\dot{S})_m$  достигает максимального значения. Следовательно, резонансная частота для колебаний скорости  $\dot{S}$  равна собственной частоте осциллятора

$$\Omega_p = \omega_0. \quad (2.27)$$

Эта частота для электрических колебаний равна

$$\Omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.28)$$

Подставляя (2.28) в (2.26), найдем, что резонансное значение для амплитуды колебаний тока в колебательном контуре равно

$$i_p = \frac{1_0}{R}. \quad (2.29)$$

Графики амплитуд тока для разных значений  $\beta$  изображены на рис. 2.8. При  $\Omega \rightarrow 0$  резонансные кривые сходятся в точке с ординатой  $i_m = 0$ . Следовательно, при  $\Omega = 0$  в колебательном контуре, в котором действует постоянная э.д.с.  $1_0$ , электрический ток не течет, т.к. постоянный ток не проходит через конденсатор.

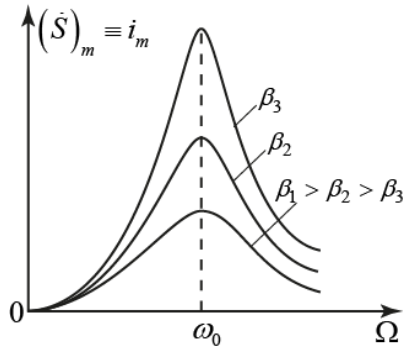


Рис. 2.8

### § 2.9. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Рассмотрим сложное движение материальной точки, участвующей одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинакового периода. Выберем начало отсчета так, чтобы начальная фаза колебаний вдоль оси  $x$  была

равна нулю. Тогда уравнения колебаний вдоль осей  $x$  и  $y$  запишутся, соответственно, в виде

$$x = x_m \cos \omega t, \quad y = y_m \cos(\omega t + \alpha), \quad (2.30)$$

где  $\alpha$  – разность фаз колебаний. Найдем уравнение траектории, по которой движется точка, участвующая в обоих колебаниях. Для этого из уравнений (2.30) исключим время  $t$ , в результате чего получим уравнение

$$\frac{x^2}{x_m^2} + \frac{y^2}{y_m^2} - \frac{2xy \cos \alpha}{x_m y_m} = \sin^2 \alpha, \quad (2.31)$$

представляющее собой уравнение эллипса с произвольно ориентированными осями. Рассмотрим несколько частных случаев.

1. При  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi$  эллипс вырождается, соответственно, в прямые

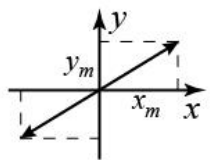
$$y = \frac{y_m}{x_m} x, \quad y = -\frac{y_m}{x_m} x.$$

В первом случае тело совершает гармоническое колебание вдоль прямой, расположенной в первом и третьем квадрантах (рис. 2.9, *а*), а во втором случае – во втором и четвертом квадрантах (рис. 2.9, *б*).

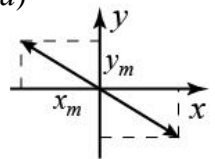
2. Пусть  $\alpha = \pi/2$ , тогда уравнение (2.30) примет вид

$$\frac{x^2}{x_m^2} + \frac{y^2}{y_m^2} = 1.$$

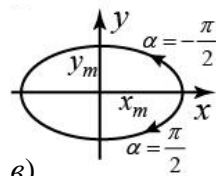
Следовательно, в этом случае тело движется по эллипсу, приведенному к координатным осям, причем полуоси эллипса равны соответствующим амплитудам колебаний. При равенстве амплитуд эллипс вырождается в окружность. Случай  $\alpha = \pi/2$  соответствует движению тела по эллипсу (или по окружности) по часовой стрелке;



*а)*



*б)*



*в)*

Рис. 2.9

случай  $\alpha = -\pi/2$  – движению тела против часовой стрелки (рис. 2.9, в).

Если частоты складываемых взаимно перпендикулярных колебаний не одинаковы, то траектории движения колеблющейся точки представляют собой сложные кривые, называемые **фигурами Лиссажу**. Эти фигуры показаны на рисунке 2.10 для некоторых частных случаев.

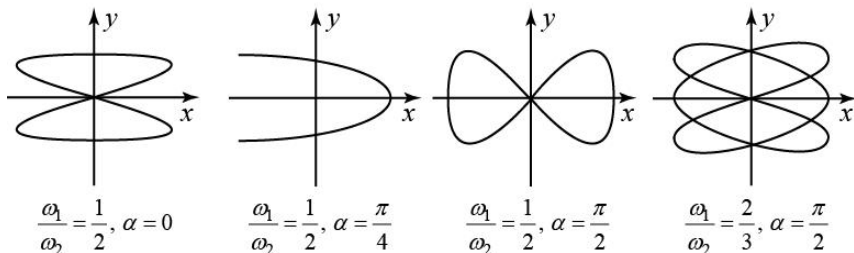


Рис. 2.10

## Лабораторная работа № 15

### Изучение свободных крутильных колебаний

**Цель работы:** изучение свободных крутильных колебаний.

**Приборы и принадлежности:** кронштейн с закрепленной упругой нитью, рамка, электромагнит, электронный таймер, шкала для отсчета углов, фотоэлектрический преобразователь.

**Теория:** изучить §2.1, §2.2, §2.4, §2.5, §2.7 și §27.1, §27.2, §28.1 из [1].

### Описание установки и метода измерений

Крутильный маятник представляет собой устройство, со-

стоящее из тела (рамки), подвешенного на упругой нити и совершающего крутильные колебания под действием силы упругости. Экспериментальная установка представлена на рисунке 2.11.

Установка состоит из рамки 1, подвешенной на стальных проволоках 2, гониометрической шкалы 5, фотоэлектрического преобразователя 4 и универсального электронного таймера 6. Устройство рамки позволяет закреплять различные тела с целью изменения момента инерции маятника. Электромагнит 3 служит для фиксации рамки в первоначальном положении. При колебаниях рамка прерывает свет, падающий на фотоприемник фотоэлектрического преобразователя 4, тем самым обеспечивает автоматический запуск таймера.

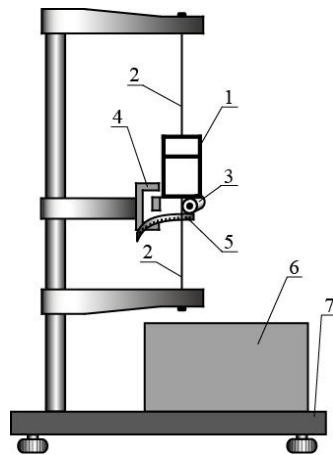


Рис. 2.11

Маятник совершает колебания относительно вертикальной оси. Движение такой системы описывается угловым смещением  $\varphi$ . Мгновенное значение  $\varphi$  удовлетворяет дифференциальное уравнение типа (2.1, а)

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (1)$$

где  $\beta = \alpha/(2I)$  – коэффициент затухания,  $\omega = \sqrt{k'/I}$  – циклическая частота свободных незатухающих колебаний (величины  $\alpha$ ,  $I$ ,  $k'$  описаны в §2.2).

Если коэффициент затухания  $\beta$  мал, то решение данного уравнения записывается в виде

$$\varphi = \varphi_{m_0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (2)$$

где  $\varphi_{m_0}$  – начальная амплитуда,  $\omega$  – циклическая частота затухающих колебаний,  $\alpha$  – начальная фаза (график движения представлен на рис. 2.12).

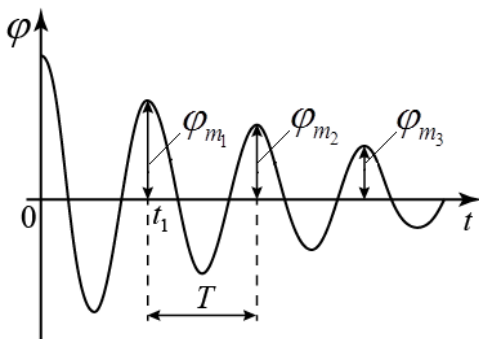


Рис. 2.12

### Измерения. Обработка результатов измерений

#### Упражнение 1. Определение периода собственных колебаний рамки ( $T_0$ )

1. Нажмите кнопку «*Сеть*», после чего кнопку «*Сброс*».
2. Вращая рамку маятника, прикрепите ее к электромагниту. Угловое смещение должно быть в пределах  $60 - 80$  градусов.
3. Нажмите кнопку «*Пуск*». Электромагнит отключается и рамка начинает совершать колебательное движение.
4. По истечении 9 периодов нажмите кнопку «*Стоп*». Таймер продолжит счет до 10 периодов.
5. Определите  $T_0$ .

#### Упражнение 2. Определение периода $T$ собственных колебаний системы с увеличенным моментом инерции

1. Закрепите в рамке тело правильной формы (цилиндр или параллелепипед). Вычислите момент инерции тела,



изменив его массу и размеры ( $I = mR^2/2$  для цилиндра,  $I = m(a^2 + b^2)/12$  для параллелепипеда).

2. Повторите те же измерения, что в **упражнении 1**, и тем самым определите  $T_1$ .
3. Определите момент инерции рамки по формуле:

$$I_0 = I \frac{T_0^2}{T_1^2 - T_0^2}. \quad (3)$$

4. Определите постоянную упругости  $k'$  стальной нити по формуле:

$$k' = \frac{4\pi^2 I}{T_1^2 - T_0^2}. \quad (4)$$

### **Упражнение 3. Определение логарифмического декремента затухания и добротности колебательной системы**

1. Выньте тело из рамки и нажмите на кнопку «Сброс».
2. Прикрепите рамку к электромагниту.
3. Нажмите кнопку «Пуск». Когда амплитуда колебаний уменьшится в два раза, нажмите кнопку «Стоп».
4. Запишите число периодов  $n$  совершенных колебаний.
5. Определите логарифмический декремент затухания по формуле

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{\varphi_m(t)}{\varphi_m(t+nT)},$$

где  $\varphi_m(t+nT)$  – амплитуда после  $n$  колебаний.

6. Определите добротность колебательной системы по формуле (2.16').
7. Вычислите абсолютную и относительную погрешности.

### **Контрольные вопросы**

1. Приведите примеры осцилляторов, которые совершают

- крутильные колебания.
2. Выведите дифференциальное уравнение простых крутильных колебаний.
  3. Сравните дифференциальное уравнение крутильных колебаний с уравнениями колебаний других систем.
  4. В каких условиях возникают свободные колебания системы?
  5. Как можно изменить момент инерции крутильного маятника?
  6. Дайте определение логарифмического декремента затухания и объясните физический смысл этой величины.
  7. Выведите формулы (3) и (4).
  8. Каким соотношением связаны между собой логарифмический декремент затухания и добротность колебательной системы?

## Лабораторная работа № 16

### Изучение физического маятника

**Цель работы:** определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника.

**Приборы и принадлежности:** штатив, физический маятник, электронный секундомер, фотоэлектрический преобразователь.

**Теория:** изучить §2.1, §2.2, §2.4, §2.5, 2.6 и §27.1, §27.2 из [1].

### Описание установки и метода измерений

Экспериментальная установка, представленная на рисунке 2.13, состоит из основания 1 с электросекундомером 2, вертикальной стойки 3, на которой укреплены верхний кронштейн 4 с физическим маятником и нижний кронштейн 6 с фотоэлектрическим преобразователем 7.

В большинстве косвенных методов измерения ускорения свободного падения используются формулы для периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_M}{g}}$$

или физического

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}},$$

где  $I$  – момент инерции физического маятника,  $l$  – расстояние от точки подвеса до центра масс  $C$  маятника, а  $l_{np}$  – приведенная длина физического маятника, т.е. длина математического маятника, имеющего такой же период колебаний, что и данный физический.

Величины  $I$  и  $l$  не могут быть определены достаточно точно. Чтобы исключить их из рабочей формулы, используют метод, основанный на измерении периодов колебаний обратного физического маятника. Он состоит из железного стержня, на котором закреплены две опорные призмы  $P_1$  и  $P_2$  (они служат осями вращения), два грузика  $F_1$  и  $F_2$  (рис. 2.14).

Представим себе, что грузики расположены так, что периоды колебаний обратного маятника относительно этих обеих осей совпадают. В таком случае получим

$$T = T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{mgl_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{mgl_2}}, \text{ т.е. } l_{np1} = l_{np2}$$

С другой стороны, согласно теореме Штейнера,  $I_1 = I_0 + ml_1^2$  и  $I_2 = I_0 + ml_2^2$ , где  $I_0$  – момент инерции маятника относительно оси,

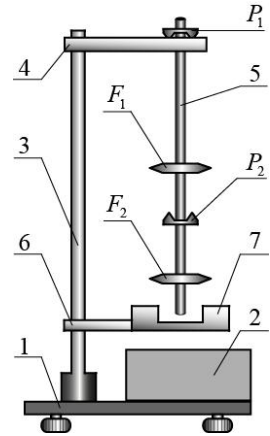


Рис. 2.13

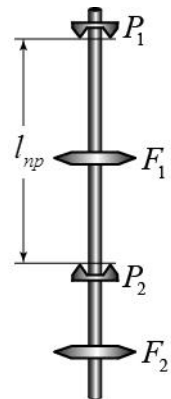


Рис. 2.14

проходящей через центр масс. Исключая  $I_1$  (или  $I_2$ ) и учитывая, что  $l_{np1} = l_{np2}$ , получим выражение для ускорения свободного падения

$$g = \frac{4\pi^2(l_1 - l_2)}{T^2} = \frac{4\pi^2 l_{np}}{T^2}, \quad (1)$$

где  $l_{np}$  – приведенная длина оборотного маятника, равная расстоянию между опорными призмами  $P_1$  и  $P_2$  (рис. 2.14).

### Измерения. Обработка результатов измерений

1. Закрепите грузики  $F_1$  и  $F_2$  на стержне оборотного маятника асимметрично: один вблизи конца стержня, другой вблизи середины.
2. Закрепите опорные призмы по разные стороны от центра масс:  $P_1$  – вблизи свободного конца стержня,  $P_2$  – посередине между грузиками  $F_1$  и  $F_2$  (рис. 2.14). (Вершины призм должны быть обращены друг к другу).
3. Установите оборотный маятник призмой  $P_1$  на верхний кронштейн 4.
4. Приведите маятник в колебательное движение, отклонив стержень на 4 – 5 градусов от положения равновесия.
5. Нажмите кнопку «Сброс».
6. По истечении 9 периодов нажмите кнопку «Стоп».
7. По формуле  $T = \frac{t}{N}$  определите период колебаний  $T_1$ .
8. Установите маятник на опорную призму  $P_2$ . Повторите пункты 4, 5, 6, 7 и определите период  $T_2$ .
9. Необходимо добиться равенства  $T_1 = T_2$  с точностью 5% перемещением опорной призмы  $P_2$ . Положение грузиков  $F_1$  и  $F_2$  остаётся неизменным.
10. Измерьте приведенную длину оборотного маятника (расстояние между призмами  $P_1$  и  $P_2$ ).
11. По формуле (1) определите ускорение свободного падения.

12. Вычислите относительную и абсолютную погрешность  $g$ .
13. Сравните значение  $g$ , полученное в работе, с табличным.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие процессы называются колебательными?
2. Какие колебания называются свободными? Приведите примеры.
3. Какие физические системы называются диссипативными?
4. Какие колебания называются затухающими? Приведите примеры.
5. Дайте определение амплитуды колебаний, частоты, циклической частоты, периода колебаний.
6. Как связаны между собой циклическая частота и период колебаний?
7. Напишите дифференциальное уравнение свободных колебаний. Объясните физический смысл всех входящих в него величин.
8. Что представляет собой физический маятник?
9. Выведите формулу для периода колебаний физического маятника.
10. Какой физический маятник называется оборотным?
11. Как зависит период колебаний физического маятника от расстояния между точкой подвеса и центром массы?
12. В каком направлении нужно перемещать призму  $P_2$  для уменьшения периода колебаний?
13. Выведите формулу (1).
14. Выведите формулу для вычисления погрешности  $g$ .

### **Лабораторная работа № 17**

#### **Исследование свободных колебаний в колебательном контуре**

**Цель работы:** получение картины затухающих колеба-

ний на экране осциллографа и определение коэффициента затухания колебаний в колебательном контуре  $RLC$ .

**Приборы и принадлежности:** источник постоянного тока, конденсатор, соленоид, резистор, поляризованное реле, осциллограф.

**Теория:** изучить §2.1, §§2.3 – 2.5, §2.7 и гл. 27 из [1].

### Описание установки и метода измерений

Для получения на экране осциллографа графика зависимости тока от времени  $i = i_m e^{-\beta t} \cos \omega t$  можно использовать установку, схема которой показана на рис. 2.15.

На вертикальные пластины осциллографа подается напряжение  $U = iR$ , пропорциональное току  $i$  в колебательном контуре. Поляризованное реле “1,2” попеременно подключает конденсатор к источнику постоянного тока 1 и к колебательному контуру. Тогда на экране осциллографа получается график затухающих колебаний (рис. 2.16).

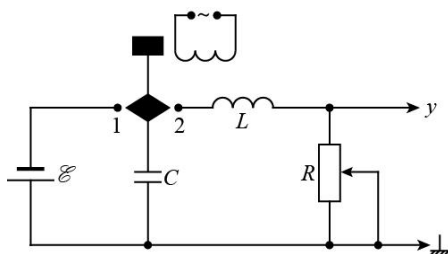


Рис. 2.15

Для определения коэффициента затухания  $\beta$  по формуле (2.15), необходимо найти логарифмический декремент затухания колебаний  $\delta$  и условный период колебаний  $T$ .

Логарифмический декремент затухания колебаний

$$\delta = \ln \frac{i_m(t)}{i_m(t+T)} \quad (1)$$

можно определить, измерив амплитуды  $i_m$  и  $i_{m+1}$ , наблюдаемые на экране осциллографа.

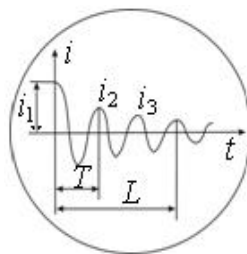


Рис. 2.16

Для определения  $T$  необходимо знать промежуток времени  $\Delta t$ , соответствующий расстоянию между двумя соседними максимумами тока на горизонтальной оси осциллографа. Для этого эта ось градуируется следующим образом. Если на участке оси длиной  $L$  укладывается  $N$  полных затухающих колебаний, тогда  $\Delta t = L/N$ .

Затем измерительная установка отключается от вертикальных пластин осциллографа и подключается к источнику колебаний известной частоты  $\nu$ . Если на участке длины  $l$  горизонтальной оси укладывается  $n$  полных колебаний, тогда периоду  $T_1$  колебаний известной частоты  $\nu$  на этой оси соответствует длина  $l/n$ .

Следовательно,

$$\frac{\Delta t}{l/n} = \frac{T}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{L/N}{l/n} = \frac{T}{T_1},$$

где  $T_1 = 1/\nu$  – период колебаний известной частоты. В результате формула для условного периода  $T$  изучаемых затухающих колебаний примет вид:

$$T = \frac{Ln}{lN} T_1 = \frac{Ln}{Nl\nu}. \quad (2)$$

### Измерения. Обработка результатов измерений

1. Включить установку в сеть и добиться устойчивой осциллограммы на экране осциллографа (рис. 2.16).
2. Измерить первые 5 амплитуд затухающих колебаний, полученных на экране осциллографа.
3. С помощью выражения (1) вычислить 4 значения логарифмического декремента затухания колебаний.
4. Измерить расстояние  $L$  на горизонтальной шкале осциллографа между  $N$  последовательными максимумами тока.
5. Отключить измерительную установку от вертикальных пластин осциллографа и подключить к источнику колебаний известной частоты  $\nu$ .

6. Определить по горизонтальной шкале расстояние  $l$ , на котором укладывается  $n$  полных колебаний.
7. Вычислить период затухающих колебаний по формуле (2).
8. Определить коэффициент затухания по формуле (2.15).
9. Оценить погрешность измерений.

### Контрольные вопросы

1. Какие процессы называются колебательными?
2. Какие колебания называются свободными, затухающими?
3. Какие физические системы называются диссипативными?
4. Дайте определение амплитуды колебаний, частоты, циклической частоты и периода колебаний.
5. Как связаны между собой циклическая частота и период колебаний?
6. Почему для затухающих колебаний понятие периода является условным?
7. Объясните механизм возникновения свободных электрических колебаний в колебательном контуре.
8. Напишите дифференциальное уравнение свободных электрических колебаний в колебательном контуре  $RLC$ .
9. Что характеризует коэффициент затухания свободных колебаний и от чего он зависит?
10. Что называется декрементом, логарифмическим декрементом затухания свободных колебаний?
11. Как связаны между собой коэффициент затухания и логарифмический декремент затухания?
12. Объясните, как получаются на экране осциллографа затухающие электрические колебания.
13. Получите рабочую формулу для определения периода затухающих электрических колебаний с помощью осциллографа.



## 3. Волновые процессы

### § 3.1. Основные понятия

Распространение колебаний в пространстве, проявляющееся в переносе энергии колебаний, называется **волновым процессом**, или **волной**. Если распространяющиеся колебания являются гармоническими, то соответствующие волны называются **монохроматическими**.

Волна называется **продольной**, если направление колебаний совпадает с направлением распространения волны, и **поперечной**, если колебания перпендикулярны направлению распространения волны.

Выделяются следующие типы волн: упругие, электромагнитные и волны на поверхности жидкости. **Упругими**, или механическими, волнами называются механические деформации, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны могут распространяться только в веществе. Колебательное движение какой-либо частицы вещества, вследствие притяжения и отталкивания частиц, передается соседним частицам и, таким образом, возникает упругая волна. При этом частицы не переносятся волной, они только колеблются около своих положений равновесия. Следовательно, распространение волны сопровождается только переносом энергии. Упругие волны могут быть как продольными, так и поперечными. Поперечные волны могут возникать и распространяться только в твердых телах, в которых возможны деформации сдвига. Упругие продольные волны возникают и распространяются как в твердых телах, так и в жидкостях и газах.

Упругие волны, частоты которых лежат в пределах 16 – 20000 Гц, воспринимаются человеческим органом слуха и называются **звуковыми**.

**Электромагнитные волны** – это распространение в пространстве переменного электромагнитного поля. Электромагнитные волны поперечны, и они могут распространяться как в веществе, так и в вакууме.

**Фронтом волны** называется геометрическое место точек пространства, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$ . Оно представляет собой поверхность, отделяющую часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли. Скорость, с которой фронт волны перемещается в пространстве, называется **фазовой скоростью**.

**Волновой поверхностью** называется геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе. Волновые поверхности, в отличие от фронта волны, неподвижны. В зависимости от формы волновых поверхностей волны называются плоскими, сферическими, цилиндрическими и т.д. У плоской волны фронт волны – плоскость, у сферической – сфера.

**Длиной волны**  $\lambda$  называется расстояние, пройденное волной за время, равное периоду колебаний  $T$ , или расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе

$$\lambda = vt = \frac{v}{\nu}, \quad (3.1)$$

где  $v$  – фазовая скорость волны;  $\nu = 1/T$  – частота колебаний.

Возмущение  $S$  (отклонение от равновесного значения некоторой физической величины) вещества или поля в данной точке пространства определяется её местонахождением (например, координатой  $x$ ) относительно источника возмущений и моментом времени наблюдения  $t$ . Колебания в точке пространства с координатой  $x$  будут происходить по закону

$$S(x, t) = S_m \cos[\omega(t - x/v)], \quad (3.2)$$

где  $S_m$  – амплитуда колебаний;  $\omega$  – циклическая частота;  $t$  – время, отсчитанное от момента начала колебаний, или

$$S(x, t) = S_m \cos(\omega t - kx), \quad (3.3)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  называется **волновым числом**.

Уравнение (3.2) или (3.3) является уравнением плоской бегущей волны, распространяющейся вдоль оси  $x$  в положи-

тельном направлении. Ее фазовая скорость равна

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}. \quad (3.4)$$

Уравнение плоской волны, распространяющейся в противоположном направлении, запишется:

$$S(x, t) = S_m \cos[\omega(t + x/v)] \quad (3.5)$$

или

$$S(x, t) = S_m \cos(\omega t + kx). \quad (3.6)$$

Фазы колебаний  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в двух точках пространства с координатами  $x_1$  и  $x_2$  равны, соответственно,

$$\varphi_1 = \omega t - kx_1 \quad \text{и} \quad \varphi_2 = \omega t - kx_2,$$

а их разность

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

то есть

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x, \quad (3.7)$$

где  $\Delta x = x_2 - x_1$  – расстояние между данными точками пространства (см. рис. 3.1).

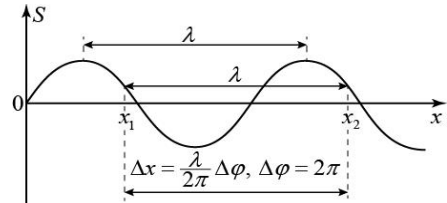


Рис. 3.1

Уравнение любой волны есть решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}, \quad (3.8)$$

называемого **волновым**, где  $x, y, z$  – координаты точки, в которой происходит возмущение  $S$ ;  $v$  – фазовая скорость волны.

Фазовые скорости упругих и электромагнитных волн, распространяющихся в пространстве, зависят от его свойств.

В пространстве могут одновременно распространяться колебания от разных источников. Опыт показывает, что различные системы волн распространяются в пространстве

независимо друг от друга, и каждая волна возбуждает колебания в точке наблюдения независимо от действия других волн. В результате совершается сложное колебание, равное геометрической сумме колебаний, возбужденных всеми волнами. В этом заключается принцип **суперпозиции** (наложения) волн. Если источники волн колеблются с одинаковой частотой, имеют одинаковые направления колебаний и одинаковые фазы или постоянную разность фаз, то такие источники и волны, испускаемые ими, называются **когерентными**. В результате наложения когерентных волн имеет место перераспределение энергии в пространстве. Явление перераспределения энергии когерентных волн в пространстве в результате их наложения называется **интерференцией волн**.

### § 3.2. Стоячие волны

Стоячие волны – частный случай интерференции двух встречных плоских волн с одинаковыми амплитудами:

$$S_1(x, t) = S_m \cos(\omega t - kx),$$

$$S_2(x, t) = S_m \cos(\omega t + kx).$$

Результирующее смещение в точке пространства с координатой  $x$  равно сумме смещений  $S_1$  и  $S_2$

$$S = S_1 + S_2 = (2S_m \cos kx) \cos \omega t, \quad (3.9)$$

или

$$S = \left( 2S_m \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \cos \omega t. \quad (3.10)$$

Уравнение (3.10) есть уравнение плоской стоячей волны с амплитудой

$$S_{\text{ст. волны}} = 2S_m \left| \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right|. \quad (3.11)$$

Из выражения (3.11) следует, что амплитуда стоячей волны  $S_{\text{ст. волны}}$  есть функция координат. Во всех точках с координатами, удовлетворяющими условию

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm n\pi \quad (n=0,1,2,\dots), \quad (3.12)$$

амплитуда максимальна и равна  $2S_m$ . Такие точки называются **пучностями** стоячей волны. В точках с координатами, удовлетворяющими условию

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (n=0,1,2,\dots), \quad (3.13)$$

амплитуда колебаний равна нулю. Такие точки называются **узлами** стоячей волны. Из условий (3.12) и (3.13) непосредственно получают координаты пучностей и узлов:

$$x_{пуч.} = \pm n \frac{\lambda}{2}, \quad (3.14)$$

$$x_{уз.} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.15)$$

Расстояние между соседними пучностями равно расстоянию между соседними узлами и равно  $\lambda/2$ . Эта величина называется **длиной стоячей волны**  $\lambda_{cm} = \lambda/2$ . Расстояние между пучностью и ближайшим узлом равно  $\lambda/4$  (рис. 3.2).

Все точки, лежащие между двумя соседними узлами, колеблются синфазно, а точки, лежащие по разные стороны узла, – противофазно. На рис. 3.2 показаны три состояния колеблющихся точек поперечной стоячей волны, разделенных промежутками времени  $T/4$ . Стрелками показаны величина и направление скоростей различных точек в момент  $t + T/4$  прохождения их через положение равновесия.

Стоячие волны не переносят энергию, поскольку энергии волн, распространяющихся в противоположных направлениях, одинаковы и взаимно компенсируются.

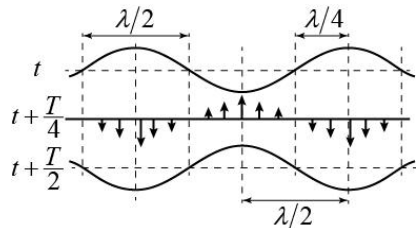


Рис. 3.2

### § 3.3. Стоячие волны вдоль натянутой струны

В натянутой струне, закрепленной на концах и выведенной из состояния равновесия, возникают поперечные колебания, а вдоль струны устанавливаются стоячие волны. В местах закрепления образуются узлы, поэтому особенно заметны колебания с длиной волны, удовлетворяющей условию

$$\frac{\lambda}{2} n = l, \quad (3.16)$$

где  $l$  – длина струны;  $n = 1, 2, 3, \dots$  целое число. Обозначив через  $\lambda_n$  длину волны, соответствующую некоторому значению  $n$ , получим

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}. \quad (3.17)$$

Этим волнам соответствуют частоты

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2l} \cdot n, \quad (3.18)$$

где  $v$  – фазовая скорость волны, определяемая силой натяжения струны и плотностью материала струны. На рис. 3.3 показана закрепленная на концах в точках  $O$  и  $O'$  вдоль оси  $Ox$  и отклоненная от положения равновесия гибкая однородная струна. На ней жирной линией выделен элементарный участок  $dx$  с координатами концов  $x$  и  $x+dx$ . Пусть  $S$  описывает смещение струны в направлении оси  $Oy$ . Эта величина различна в каждой точке  $x$  и для каждого момента времени  $t$ , т.е.  $S = f(x, t)$  (рис. 3.3). Рассмотрим малые смещения  $S$ . Сила  $\vec{T}$ ,

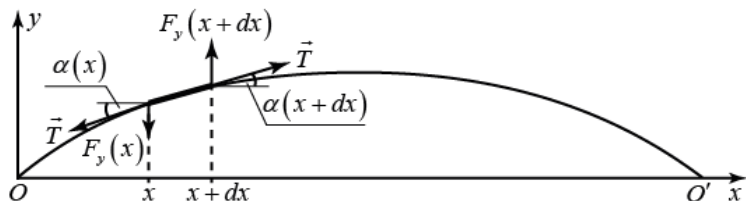


Рис. 3.3

растягивающая струну, одинакова в любом сечении струны, а её проекция  $F_y(x)$  на ось  $Oy$  зависит от  $x$ . На концах участка  $dx$  проекции  $F_y(x)$  и  $F_y(x+dx)$  направлены противоположно, а их равнодействующая  $F_y(x)+F_y(x+dx)$  сообщает участку  $dx$  массой  $dm$  ускорение, равное по величине  $d^2S/dt^2$ . Второй закон Ньютона в проекции на ось  $Oy$  имеет вид:

$$F_y(x+dx) - F_y(x) = dm \frac{d^2S}{dt^2}, \quad (3.19)$$

где

$$F_y(x) = T \sin[\alpha(x)] \approx T \operatorname{tg}[\alpha(x)] = T \left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_x, \quad (3.20)$$

$$F_y(x+dx) = T \sin[\alpha(x+dx)] \approx T \operatorname{tg}[\alpha(x+dx)] = T \left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_{x+dx}. \quad (3.21)$$

В выражениях (3.20) и (3.21)

$$\sin[\alpha(x)] \approx \operatorname{tg}[\alpha(x)] \text{ и } \sin[\alpha(x+dx)] \approx \operatorname{tg}[\alpha(x+dx)],$$

т.к. углы  $\alpha(x)$  и  $\alpha(x+dx)$  малы (см. рис. 3.3).

Масса  $dm$  элементарного участка  $dx$  может быть выражена через его длину и площадь поперечного сечения струны  $S_{сеч}$ :

$$dm = \rho S_{сеч} dx, \quad (3.22)$$

где  $\rho$  – плотность материала струны.

Из (3.19), (3.20), (3.21), (3.22) следует

$$T \left( \left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_{x+dx} - \left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_x \right) = \rho S_{сеч} dx \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}. \quad (3.23)$$

Разделив (3.23) на  $T$  и  $dx$  и учитывая, что

$$\left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_{x+dx} - \left. \frac{\partial S}{\partial x} \right|_x = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} dx,$$

получим

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{\rho S_{сеч.}}{T} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}. \quad (3.24)$$

Сравнивая (3.24) с волновым уравнением (3.8), получим

$$\frac{\rho S_{сеч.}}{T} = \frac{1}{v^2},$$

откуда фазовая скорость  $v$  распространения поперечных волн вдоль струны запишется

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho S_{сеч.}}} \quad (3.25)$$

или

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{T}{\pi \rho}}, \quad (3.26)$$

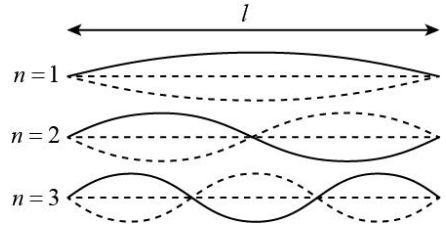


Рис. 3.4

где  $D$  – диаметр струны.

Частоты, определяемые формулой (3.18), называются **собственными**. Частота  $\nu_1 = v/2l$  называется **основной**. Все остальные частоты  $\nu_n$  кратны ей и называются **обертонами**. На рис. 3.4 показаны стоячие волны на струне для  $n = 1, 2, 3, \dots$

### § 3.4. Упругие волны (волны давления) в газовом столбе

Пусть имеется цилиндр, наполненный веществом в газовом состоянии (рис.3.5). И пусть под влиянием внешнего периодического воздействия в каком-то сечении цилиндра происходит изменение давления  $\Delta P = |P - P'|$  и, соответственно, объема  $Sdx$ . Эти изменения ведут к нарушению равновесия всей системы и появлению областей сгущения и разрежения газа, образующихся при распространении в газе упругих продольных волн.

Известно, что скорость продольных волн в газе (скорость звука) равна

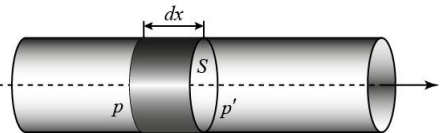


Рис. 3.5



$$v = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}, \quad (3.27)$$

где  $dP$  – изменение давления,  $d\rho$  – изменение плотности.

С другой стороны, давление газа в цилиндре описывается уравнением политропы

$$PV^\alpha = \text{const.} \quad (3.28)$$

или

$$P = \frac{\text{const.}}{m^\alpha} \left( \frac{m}{V} \right)^\alpha = \text{const.} \cdot \rho^\alpha. \quad (3.29)$$

Продифференцировав (3.29) по  $\rho$  и с учетом (3.28), получим

$$\frac{dP}{d\rho} = \alpha \frac{P}{\rho}. \quad (3.30)$$

Тогда выражение (3.27) запишется в виде

$$v = \sqrt{\alpha \frac{P}{\rho}}. \quad (3.31)$$

В случае идеального газа в зависимости от частоты возможны два предельных случая:

1. При малых частотах из-за теплообмена между газом и внешней средой температура газа остается постоянной, то есть происходит изотермический процесс ( $\alpha = 1$ ) и тогда выражение (3.31) примет вид

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT}{M}}, \quad (3.32)$$

где  $T$  – абсолютная температура газа,  $M$  – молярная масса,  $R$  – газовая постоянная.

2. При больших частотах теплообмен между газом и внешней средой отсутствует, то есть имеет место адиабатический процесс с  $\alpha = \gamma = C_p/C_v$ , и тогда выражение (3.31) запишется в виде

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (3.33)$$

Таким образом, измеряя фазовые скорости волн в газах, можно установить, какой термодинамический процесс происходит в каждом конкретном случае.

## Лабораторная работа № 18

### Определение скорости звука в воздухе

**Цель работы:** определение скорости звука в воздухе методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний.

**Приборы и принадлежности:** электронный осциллограф, звуковой генератор, динамик, микрофон, оптическая скамья с делениями.

**Теория:** изучить §2.9, §3.1 и §27.4, §§ 29.1 – 29.3 из [1].

### Описание установки и метода измерений

Переменное напряжение электрических колебаний определенной звуковой частоты от звукового генератора  $ZГ$  одновременно подается на динамик  $Д$  (рис. 3.11) и на вход  $X$  электронного осциллографа ( $ЭО$ ).

Под действием этого напряжения происходят механические колебания мембраны динамика  $Д$ , которые распространяются в воздухе в виде звуковых волн. Достигнув микрофона  $М$ , они приводят в колебание мембрану, в результате чего в микрофоне возникают электрические колебания той же частоты, что и электрические колебания, подаваемые от звукового генератора на динамик и осциллограф.

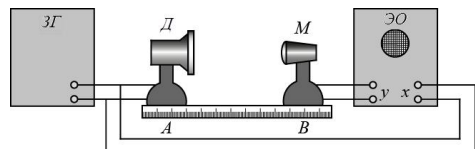


Рис. 3.6

Электрические колебания, возникающие в микрофоне  $M$ , подаются на вход  $Y$  электронного осциллографа. Следовательно, на экране осциллографа наблюдается сложение взаимно перпендикулярных колебаний от звукового генератора  $ZG$  и микрофона  $M$ . Если разность фаз  $\Delta\varphi$  складываемых колебаний изменяется в пределах от  $0$  до  $2\pi$ , то траектория на экране осциллографа видоизменяется, принимая последовательно формы, показанные на рис. 3.7.

По виду и положению траектории можно определить разность фаз двух складываемых взаимно перпендикулярных колебаний.

Электронный луч, участвуя в двух взаимно перпендикулярных колебаниях вдоль осей  $X$  и  $Y$  с одинаковой частотой  $\omega$ , описывает на экране различные траектории. Вид траектории зависит от разности фаз электрических колебаний, подаваемых на осциллограф от микрофона и от звукового генератора. Разность фаз  $\Delta\varphi$ , в свою очередь, зависит от пути, пройденного волнами, т.е.

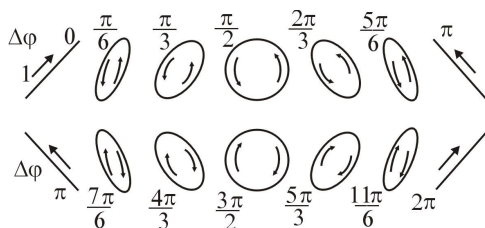


Рис. 3.7

от расстояния  $\Delta x$  между динамиком и микрофоном (см. формулу (3.7)). Вырождение эллипса в прямую происходит при  $\Delta\varphi = 0, \pi, 2\pi, \dots$ , что соответствует  $\Delta x = 0, \lambda/2, \lambda, \dots$ .

Следовательно, наименьшее расстояние между двумя последовательными положениями микрофона, при котором эллипс превращается в прямую линию, равно половине длины звуковой волны в воздухе.

### Измерения и обработка результатов измерений

1. Включить установку и дать прогреться 1-2 минуты.
2. Установить микрофон непосредственно перед динамиком.
3. Установить частоту по указанию преподавателя.

4. Медленно и равномерно отводить микрофон от динамика, при этом записать все положения микрофона, при которых эллипс стягивается в прямую.
5. Всю серию измерений для одной частоты повторить не менее трех раз.
6. Повторить пункты 4 и 5 для других значений частот (не менее трех раз).
7. Определить среднюю длину волны для каждой частоты.
8. По формуле (3.1) определить фазовую скорость распространения звуковой волны в воздухе.
9. Вычислить погрешности измерений.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение волны, в том числе звуковой.
2. Какие волны называются продольными, поперечными?
3. Дайте определения фронта волны, волновой поверхности.
4. Дайте определение фазовой скорости.
5. Что называется длиной волны?
6. Напишите формулу, выражающую взаимосвязь между скоростью распространения волны, длиной волны и частотой.
7. В чем заключается принцип суперпозиции волн?
8. Объясните процесс сложения взаимно перпендикулярных колебаний. Напишите уравнение результирующего колебания.
9. От чего зависит ориентация и размеры траектории результирующего колебания (эллипса)? При каких условиях эллипс вырождается в окружность, в прямую?
10. Чем отличаются траектории, соответствующие разностям фаз 0 и  $\pi$ ,  $\pi/2$  и  $(-\pi/2)$ ?

## Лабораторная работа № 19

### Изучение стоячих звуковых волн в воздушном столбе

**Цель работы:** ознакомление с явлением акустического резонанса. Определение показателя адиабаты  $\gamma = C_p/C_v$  методом стоячих звуковых волн. Определение коэффициента затухания и добротности резонатора.

**Приборы и принадлежности:** стеклянная труба с поршнем, звуковой генератор, динамик, микрофон, усилитель, микроамперметр.

**Теория:** изучить §§ 3.1 –3.4 и гл. 29 из [1].

### Описание установки и метода измерений

Один конец стеклянной трубы (рис. 3.8) закрыт поршнем, а у открытого установлен источник звуков. Звуковая волна, распространяющаяся от мембраны динамика,

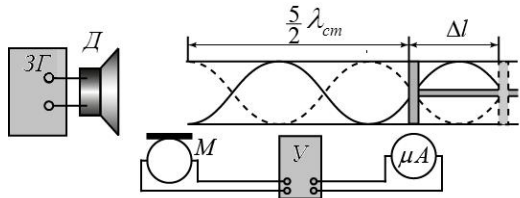


Рис. 3.8

и отраженная от поршня, интерферируют, и в трубе образуется стоячая волна. Всякий раз, когда частота вынужденных колебаний будет совпадать с одной из собственных частот воздушного столба, будет наблюдаться усиление звука, т.е. акустический резонанс. Собственные частоты колебаний воздушного столба могут быть вычислены по формуле:

$$v_n = \frac{v(2n+1)}{4(l+0,8R)}, \quad (1)$$

где  $n=1,2,3,\dots$ ,  $l$  – длина воздушного столба;  $R$  – радиус воздушного столба, т.е. радиус трубы, в которой находится столб воздуха,  $v$  – скорость распространения звука.

Если радиус воздушного столба по сравнению с его длиной мал, т.е.  $R \ll l$ , то

$$v_n = \frac{v}{4l}(2n+1). \quad (2)$$

В случае резонанса на длине воздушного столба или, точнее, на длине  $l+0.8R$  укладывается нечетное число четвертей длин волн

$$(2n+1)\frac{\lambda}{4} = l+0.8R, \quad (3)$$

или

$$(2n+1)\frac{\lambda_{cm}}{2} = l+0.8R. \quad (3')$$

Явление резонанса наблюдается при плавном изменении длины воздушного столба (перемещением поршня) при постоянной частоте источника звука. Наименьшая разность длин  $\Delta l$  воздушных столбов, при которых наблюдается явление резонанса, равна половине длины волны (или  $\lambda_{cm}$ ). Таким образом, измеряя расстояние между двумя соседними пучностями (или узлами), определяют длину стоячей волны

$$\Delta l = \lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2},$$

а скорость распространения звуковых колебаний находят по формуле  $v = v2\lambda_{cm}$ .

С учетом выражения (3.33) показатель адиабаты можно определить по формуле

$$\gamma = \frac{v^2 M}{RT} = \frac{4v^2 \lambda_{cm}^2 M}{RT}. \quad (4)$$

Если добротность колебательной системы  $Q \gg 1$ , то относительная ширина резонансной кривой колебательной системы есть величина, обратная добротности:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{Q}, \quad (5)$$

где  $\Delta\omega$  – разность значений  $\omega_2$  и  $\omega_1$  циклических частот, соответствующих  $A = A_{\max}/\sqrt{2}$  (рис. 3.9). Таким образом, построив резонансную кривую и определив из нее  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , можно определить добротность резонатора

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (6)$$

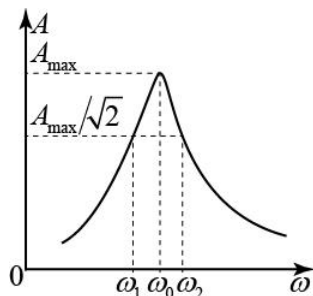


Рис. 3.9

Коэффициент затухания определяют по формуле

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{2}. \quad (7)$$

Однако существует и другой способ определения добротности и коэффициента затухания. При постоянной частоте источника колебаний сначала перемещением поршня настраивают резонатор (для определения  $A_{\max}$ ), а затем расстраивают (для определения  $A_\omega$ ), при этом

$$A_\omega = \frac{A_{\max}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\beta\omega_0}\right)^2}}, \quad (8)$$

где разность  $\omega - \omega_0$  – величина расстройства резонатора,  $\omega_0$  – частота источника.

Величину расстройства резонатора определяют по формуле

$$\omega - \omega_0 = \frac{\omega_0(l - l_0)}{2\pi l_0}, \quad (9)$$

где  $l_0$  – длина воздушного столба при резонансе,  $l$  – длина воздушного столба расстроенного резонатора.

При этом способе вначале определяют коэффициент затухания, а потом добротность.

## Измерения и обработка результатов измерений

### Упражнение 1. Определение показателя адиабаты $\gamma$

1. Включить установку.
2. Установить поршень непосредственно перед динамиком.
3. Установить частоту на звуковом генераторе по указанию преподавателя.
4. Медленно и равномерно перемещать поршень от динамика, при этом записывать все положения поршня, при которых регистрирующее устройство (микроамперметр) зафиксирует максимум амплитуды.
5. Всю серию измерений для одной частоты повторить не менее трех раз.
6. Повторить пункты 4 и 5 для других значений частот (не менее 3-х).
7. Определить среднее значение длины стоячей волны для каждой частоты.
8. По формуле (4) определить показатель адиабаты  $\gamma$ .
9. Сравнить полученное значение  $\gamma$  с теоретическим значением.
10. Вычислить погрешности измерений.

### Упражнение 2. Определение коэффициента затухания и добротности резонатора

#### *1-й способ*

1. При неподвижном поршне снять зависимость  $A(\omega)$ .
2. Повторить пункт 1 при других координатах поршня (не менее 3-х).
3. Построить графики зависимости  $A(\omega)$  (резонансные кривые).
4. По резонансным кривым определить  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .
5. Вычислить добротность резонатора и коэффициент затухания.



хания.

6. Вычислить абсолютную и относительную погрешности измерений.

### **2-й способ**

1. При фиксированной частоте (частота указывается преподавателем) перемещением поршня добиться максимальной амплитуды.
2. Записать значение максимальной амплитуды  $A_{max}$  и значение длины воздушного столба  $l_0$ .
3. Медленно и равномерно перемещая поршень, расстроить резонатор, записывая значение амплитуды и длину воздушного столба  $l$  через каждый миллиметр.
4. По формуле  $\omega - \omega_0 = \frac{\omega_0(l - l_0)}{2\pi l_0}$  вычислить величину расстройства резонатора.
5. По формуле (8) определить коэффициент затухания.
6. По формуле  $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$  определить добротность резонатора.
7. Повторить пункты 2-6 для других значений собственных частот резонатора.
8. Повторить пункты 2-6 для других значений частот источника  $\omega_0$  (не менее трех).
9. Вычислить погрешности измерений.
10. Сравнить значения добротности и коэффициента затухания, полученные первым и вторым способами.

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение волны.
2. Дайте определения фронта волны, волновой поверхности.
3. Дайте определение фазовой скорости.
4. Напишите формулу, выражающую взаимосвязь между скоростью распространения волны, длиной волны и частотой.

5. В чем заключается интерференция волн?
6. Какие волны называются бегущими, стоячими? Напишите их уравнения.
7. Что называется пучностью, узлом стоячей волны? Напишите формулы их координат.
8. Какой термодинамический процесс происходит при распространении колебаний низкой частоты в газах?
9. Какой термодинамический процесс происходит при распространении колебаний высокой частоты в газах?
10. Напишите формулу для собственных частот воздушного столба.
11. Дайте определение относительной ширины резонансной кривой.
12. Какими способами можно определить добротность резонатора?

### **Литература**

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989.
2. Савельев И.В. Курс физики, том 2.– М.: Наука, 1989.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990.
4. Лабораторный практикум по физике/ Под ред. С. Ахматова. – М.: Высшая школа, 1980.
5. Калашников Э.Г., Электричество. – М.: Наука, 1977.
6. Евграфов Н.М., Коган В.П. Руководство к лабораторным работам по физике. – М.: Высшая школа, 1970.
7. Лабораторный практикум по физике/ Под ред. К.А. Барсукова и Ю.М. Уханова. – М.: Высшая школа, 1989.

# Содержание

## 1. Электромагнетизм

1.1. Электрическое поле в диэлектриках	3
1.2. Магнитное поле в вакууме. Индукция магнитного поля	9
1.3. Закон Био – Савара – Лапласа	13
1.4. Закон полного тока. Магнитное поле соленоида	15
1.5. Движение заряженных частиц в магнитном поле	17
1.6. Магнитное поле в веществе	19

### Лабораторная работа № 10

Поляризация диэлектриков в переменном электрическом поле. Изучение температурной зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика	27
---	----

### Лабораторная работа № 11

Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли	30
--	----

### Лабораторная работа № 12

Исследование магнитного поля соленоида	34
--	----

### Лабораторная работа № 13

Изучение свойств ферромагнетиков	38
----------------------------------	----

### Лабораторная работа № 14

Определение удельного заряда электрона методом магнетрона	43
---	----

## 2. Колебательное движение

2.1. Свободные колебания	51
2.2. Механические колебания	52
2.3. Электромагнитные колебания	55
2.4. Уравнение свободных колебаний	57
2.5. Свободные незатухающие колебания	58
2.6. Физический маятник	60
2.7. Свободные затухающие колебания	62
2.8. Вынужденные колебания	64
2.9. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний	68

<b>Лабораторная работа № 15</b>	
Изучение свободных крутильных колебаний	70
<b>Лабораторная работа № 16</b>	
Изучение физического маятника	74
<b>Лабораторная работа № 17</b>	
Исследование свободных колебаний в колебательном контуре	77

### **3. Волновые процессы**

3.1. Основные понятия	81
3.2. Стоячие волны	84
3.3. Стоячие волны вдоль натянутой струны	86
3.4. Упругие волны (волны давления) в газовом столбе	88
<b>Лабораторная работа № 18</b>	
Определение скорости звука в воздухе	90
<b>Лабораторная работа № 19</b>	
Изучение стоячих звуковых волн в воздушном столбе	93
Литература	98