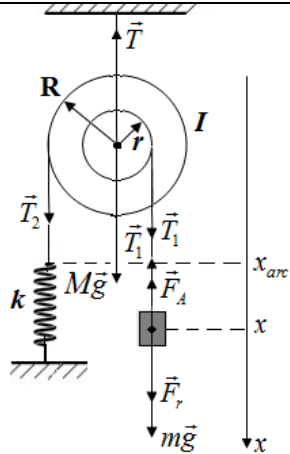


**Problema 5.**

Nr.	Soluție	Punctaj
a)	<p>Asupra corpului de masa <math>m</math> acționează patru forțe:  forța de greutate <math>m\vec{g}</math>; <b>(0,25 p.)</b> forța lui Arhimede <math>\vec{F}_A</math>; <b>(0,25 p.)</b>  forța de tensiune a firului <math>\vec{T}_1</math>; <b>(0,25 p.)</b> forța de rezistență a lichidului,  proporțională cu viteza corpului <math>\vec{F}_r = -\alpha\dot{x}</math>. <b>(0,25 p.)</b>  Asupra blocului acționează:  Forțele de tensiune <math>\vec{T}_1</math> <b>(0,25 p.)</b>, <math>\vec{T}_2</math> <b>(0,25 p.)</b> și <math>\vec{T}</math> <b>(0,25 p.)</b>,  Forța de greutate <math>M\vec{g}</math> <b>(0,25 p.)</b></p>	 <p style="text-align: right;"><b>2,0 p.</b></p>
b)	<p>Sub acțiunea forțelor indicate, corpul efectuează oscilații amortizate pe verticală <b>(0,3 p.)</b>  <math>Ox: m\ddot{x} = mg - F_A - T_1 - \alpha\dot{x}</math> (1) <b>(0,5 p.)</b> <math>I\ddot{\varphi} = T_1 r - T_2 R</math> (2) <b>(0,5 p.)</b>  <math>T_2 = k\Delta x_{arc}</math> <b>(0,3 p.)</b> <math>\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{r} = \frac{\Delta x_{arc}}{R}</math> <b>(0,2 p.)</b> <math>\Rightarrow \Delta x_{arc} = \frac{R}{r}\Delta x = (x - x_0)\frac{R}{r}</math> (3) <b>(0,2 p.)</b>  <math>\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{r}</math> (4) <b>(0,2 p.)</b> <math>\Rightarrow T_2 = k(x - x_0)\frac{R}{r}</math> (5) <b>(0,3 p.)</b> <math>x_0</math> este coordonata corpului când arcul nu este alungit.  Din (1) – (5) <math>\Rightarrow \left(m + \frac{I}{r^2}\right)\ddot{x} + \alpha\dot{x} - mg + F_A + k(x - x_0)\frac{R^2}{r^2} = 0</math> <b>(0,5 p.)</b>  Pentru coordonata corpului aflat în echilibru (în lipsa oscilațiilor <math>\dot{x} = 0</math>; <math>\ddot{x} = 0</math>):  <math>x_{echilibru} = x_0 + (mg - F_A)\frac{r^2}{kR^2}</math> <b>(0,5 p.)</b> Elongația <math>\xi = x - x_{echilibru}</math>  <math>\ddot{\xi} + \frac{\alpha r^2}{mr^2 + I}\dot{\xi} + \frac{kR^2}{mr^2 + I}\xi = 0</math> (<math>\ddot{\xi} + 2\beta\dot{\xi} + \omega_0^2\xi = 0</math>) (6) <b>(0,5 p.)</b>  Soluția acestei ecuații reprezintă legea mișcării:  <math>\xi(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)</math>; <math>\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}</math> <b>(0,4 p.)</b> <math>\Rightarrow</math>  <math>\Rightarrow x(t) = x_{echilibru} + Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)</math> <b>(0,4 p.)</b> <math>\Rightarrow x(t=0) = x_{echilibru}</math>; <math>\dot{x}(t=0) = v_0</math> <b>(0,2 p.)</b>  Pentru amplitudinea oscilațiilor corpului și faza inițială a oscilațiilor:  <math>A = \frac{v_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}</math>, <math>\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}</math> <b>(0,5 p.)</b>  Legea mișcării corpului:  <math>x(t) = x_{echilibru} + \frac{v_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} e^{-\beta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t)</math> <b>(0,5p)</b></p>	<p style="text-align: right;"><b>6,0 p.</b></p>
c)	<p>Din (6) <math>\Rightarrow \beta = \frac{\alpha r^2}{2(mr^2 + I)} = \frac{0,065 \cdot (0,15)^2}{2(0,1 \cdot 0,15^2 + 6,5 \cdot 10^{-3})} = \frac{1,46 \cdot 10^{-3}}{17,5 \cdot 10^{-3}} = 0,08 \text{ s}^{-1}</math> <b>(1,0 p.)</b></p> <p><math>\omega_0 = \sqrt{\frac{kR^2}{mr^2 + I}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,3^2}{0,1 \cdot 0,15^2 + 6,5 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{0,9}{0,0087}} = 10,1 \text{ s}^{-1}</math> <b>(1,0 p.)</b></p>	<p style="text-align: right;"><b>2,0 p.</b></p>
<b>Total</b>		<b>10.0 p.</b>